Übungsaufgaben zur Vorlesung
Komplexe Geometrie und Kähler-Einstein Metriken — WS 09/10, Serie 3
PD Dr. M. Simon — 02.November 2009
Florian Link

In den folgenden Aufgaben wird immer auf den Kontext/die Notation aus der Vorlesung Bezug genommen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Zeigen Sie die Identitäten $\partial\bar{\partial} = -\bar{\partial}\partial$ und $\partial^2 = \bar{\partial}^2 = 0$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Geben Sie einen (ausführlichen) Beweis der in der Vorlesung skizzierten Richtung "4.) $\Rightarrow$ 5.)" aus Proposition 3.8.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Beweisen Sie: Man kann 5.) aus Proposition 3.8 verallgemeinern zu $5.)_l$:

Für alle $p_0 \in M$ und für alle $l \in \mathbb{N}$ existieren Koordinaten $\widetilde{\varphi}_l : U \ni p_0 \to \widetilde{\varphi}(U) \subset \mathbb{C}^n$ mit $\widetilde{\varphi}(p_0) = 0$ und

$$\frac{\partial^m g_{i\bar{j}}}{\partial z^{k_1} \cdots \partial z^{k_m}}(0) = 0$$

$\forall m \leqslant l$, wobei $k_1, \ldots, k_m \in \{1, \ldots, n\}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Weisen Sie folgende Identitäten nach:

$$\Gamma^k_{i\bar{j}} = \Gamma^k_{\bar{i}j} = \Gamma^{\bar{k}}_{\bar{i}j} = \Gamma^{\bar{k}}_{i\bar{j}} = 0$$

und

$$\Gamma^k_{ij} = \overline{\Gamma^{\bar{k}}_{\bar{i}\bar{j}}}.$$

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 09.11.2009 bis 15:00 Uhr.