Übungsaufgaben zur Vorlesung
Komplexe Geometrie und Kähler-Einstein Metriken — WS 09/10, Serie 4
PD Dr. M. Simon — 09.November 2009
Florian Link

In den folgenden Aufgaben wird immer auf den Kontext/die Notation aus der Vorlesung Bezug genommen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Zeigen Sie, daß die Inverse von $(A_{ij}) := \left(g_{i\bar{j}}\right)_{i,j\in\{1,\dots,n\}}$ existiert.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Weisen Sie für einen fixierten Punkt $p \in M^{2n}$ die Existenz von Koordinaten $\widetilde{\varphi} : U \subset M \to \mathbb{C}^n$ nach, sodaß für die Koordinatenvektorfelder im Punkt p gilt:

$$g\left(\frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial x^i}, \frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial x^j}\right) = g\left(\frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial y^i}, \frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial y^j}\right) = \delta_{ij}$$

sowie

$$g\left(\frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial x^i}, \frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial y^j}\right) = 0.$$

Somit erhält man eine g-Orthonormalbasis $\{e_1, Je_1, e_2, Je_2, \dots, e_n, Je_n\}$ für T_pM.

Aufgabe 3 (Bi-Schnittkrümmung) (4 Punkte)
Beweisen Sie: Für $X, Y \in T_pM$ mit $g(p)\,(X,X) = g(p)\,(Y,Y) = 1$ und $g(p)\,(X,Y) = 0$ gilt

$$Bi - Schnitt\,(X,Y) = R\,(u, \bar{u}, v, \bar{v})$$

wobei $u := \frac{1}{\sqrt{2}}\,(X - iJ(X))$ und $v := \frac{1}{\sqrt{2}}\,(Y - iJ(Y))\,.$

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 16.11.2009 bis 15:00 Uhr.