Übungsaufgaben zur Vorlesung
Komplexe Geometrie und Kähler-Einstein Metriken — WS 09/10, Serie 5
PD Dr. M. Simon — 16.November 2009
Florian Link

In den folgenden Aufgaben wird immer auf den Kontext/die Notation aus der Vorlesung Bezug genommen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Sei $A \in SU(n+1)$ und $g(\cdot,\cdot) := \omega(\cdot, J\cdot)$, wobei ω wie in Beispiel 3.19 aus der Vorlesung definiert sei. Zeigen Sie: g ist eine Riemannsche Metrik und A induziert eine wohldefinierte glatte isometrische Abbildung $\widetilde{A} : (\mathbb{CP}^n, g) \to (\mathbb{CP}^n, g)$, wobei

$$\widetilde{A}\left([(z_0, z_1, \ldots, z_n)]\right) := [A(z_0, \ldots, z_n)] \,.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)
$(\mathbb{CP}^n, g)$,g wie oben definiert, hat konstante Bi-Schnittkrümmung $\lambda = 1$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Sei $M := B^{2n} := \{z \in \mathbb{C}^n : |z| < 1\}$ und $g(\cdot,\cdot) := \omega(\cdot, J\cdot)$, wobei

$$\omega(z) := i\partial\bar{\partial} \log\left(1 - |z|^2\right) .$$

Zeigen Sie: (M, g) hat konstante Bi-Schnittkrümmung $\lambda = -1$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Weisen Sie

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \frac{\partial}{\partial z} \log|z|^2 = 0$$

nach.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 23.11.2009 bis 15:00 Uhr.