Übungsaufgaben zur Vorlesung
Komplexe Geometrie und Kähler-Einstein Metriken — WS 09/10, Serie 6
PD Dr. M. Simon — 23.November 2009
Florian Link

In den folgenden Aufgaben wird immer auf den Kontext/die Notation aus der Vorlesung Bezug genommen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Zeigen Sie, daß für $n > 2$ und $N \in \Omega^{1,1}(M^{2n}, \mathbb{C})$ in lokalen Koordinaten in einem Punkt p mit $g_{i\bar{j}}(p) = \delta_{ij}$

$$N \wedge \bar{N} \wedge \omega^{n-2} = c(n) \left[-\left(\sum_{i=1}^{n} N_{i\bar{i}} \right) \left(\sum_{j=1}^{n} \overline{N_{j\bar{j}}} \right) + ||N||_{\tilde{h}}^2 \right] \omega^n$$

gilt, wobei $N = N_{i\bar{j}} dz^i \wedge d\bar{z}^j$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Weisen Sie nach, daß der Ausdruck

$$f(z) = \frac{\det G_g(z)}{\det G_{\widehat{g}}(z)},$$

mit $G_g(z) = (g_{i\bar{j}}(z))_{i,j \in \{1,\dots,n\}}$, unabhängig von den gewählten Koordinaten ist.

Aufgabe 3 (Zusatz zu $\partial\bar{\partial}$-Lemma) (4 Punkte)
Beweisen Sie: Falls $d\Psi \in \Omega^{1,1}(M, \mathbb{C}) \cap \Omega^2(M, \mathbb{R})$, dann gilt

$$d\Psi = i\partial\bar{\partial}u$$

für ein $u \in C^\infty(M, \mathbb{R})$.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 30.11.2009 bis 15:00 Uhr.