Übungsaufgaben zur Vorlesung
Komplexe Geometrie und Kähler-Einstein Metriken — WS 09/10, Serie 7
PD Dr. M. Simon — 30.November 2009
Florian Link

In den folgenden Aufgaben wird immer auf den Kontext/die Notation aus der Vorlesung Bezug genommen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Sei $N \in \Omega^{1,1}(M,\mathbb{C})$. Zeigen Sie, daß

$$N_{i\bar{j}} = \overline{N_{j\bar{i}}},$$

falls in lokalen Koordinaten $N = iN_{k\bar{l}}dz^k \wedge d\bar{z}^l$ gilt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Es gibt genau einen Operator $\bar{\partial}^* : \Omega^{p,q+1}(M,\mathbb{C}) \to \Omega^{p,q}(M,\mathbb{C})$ mit

$$*) \qquad \int_M \widetilde{h}\left(\bar{\partial}^*\alpha, \beta\right) dvol_g = \int_M \widetilde{h}\left(\alpha, \bar{\partial}\beta\right) dvol_g$$

für alle $\alpha \in \Omega^{p,q+1}(M,\mathbb{C})$ und $\beta \in \Omega^{p,q}(M,\mathbb{C})$. Weisen Sie nach, daß der für $\alpha \in \Omega^1(M,\mathbb{C})$ mit $\alpha = \alpha_i dz^i + \alpha_{\bar{j}} d\bar{z}^j$ lokal definierte Operator

$$-g^{i\bar{j}}\frac{\partial \alpha_{\bar{j}}}{\partial z^i} =: \bar{\partial}^*\alpha$$

obige Eigenschaft $*)$ besitzt.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 07.12.2009 bis 15:00 Uhr.