Übungsaufgaben zur Vorlesung
Komplexe Geometrie und Kähler-Einstein Metriken — WS 09/10, Serie 8
PD Dr. M. Simon — 07.Dezember 2009
Florian Link

In den folgenden Aufgaben wird immer auf den Kontext/die Notation aus der Vorlesung Bezug genommen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Zeigen Sie: Der skalare Kähler-Ricci-Flow (SKRF) ist äquivalent zum Ricci-Flow (RF) einer Kähler-Metrik.

Bemerkung: Sie dürfen hierfür annehmen, daß für den SKRF, RF und den Kähler-Ricci-Flow (KRF) Kurzzeitexistenz und Eindeutigkeit gewährleistet ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Zeigen Sie, daß der durch (M^{2n}, g) induzierte (lokale) skalare Kähler-Ricci-Flow gegeben ist durch

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = F_l\left(\partial\bar{\partial}u(x,t), x, t\right),$$

wobei

$$F_l : \begin{cases} \mathbb{C}^{n\times n} \times V \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ (p,x,t) \mapsto F_l(p,x,t). \end{cases}$$

Hierbei ist $\varphi : U \to V \subset \mathbb{R}^{2n}$ eine Karte. Weisen Sie außerdem nach, daß die Gleichung des SKRF parabolisch ist. Hierzu genügt es (mit Hilfe der parabolischen Theorie - siehe z.B. das Skriptum von O.Schnürer) zu zeigen, daß

$$\left(\frac{\partial F_l}{\partial p_{ij}}(p,x,0)\right)_{i,j\in\{1,\ldots,n\}} > 0.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Für glatte Funktionen $f, g \in C^\infty(M^{2n}, \mathbb{R})$ gilt die Produktregel

$$\Delta_h(fg) = g\Delta_h f + f\Delta_h g + 2h({}^h\nabla g, {}^h\nabla f).$$

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 14.12.2009 bis 15:00 Uhr.