

# Übungen zur Vorlesung “Gewöhnliche Differentialgleichungen”

PD Dr. Julian Scheuer  
Blatt 1

WS 2018/19  
18. Oktober 2018

---

## Aufgabe 1.1

Finden Sie die eindeutige Lösung der Anfangswertprobleme

(i)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x^n \\ x(0) &= 1,\end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned}\dot{x} &= e^x \\ x(1) &= 0.\end{aligned}$$

## Aufgabe 1.2

Sei  $J \subset \mathbb{R}$  ein offenes Intervall und  $f: J \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion.

(a) Seien  $a, b, c \in \mathbb{R}$  und seien  $t_0, x_0 \in \mathbb{R}$  derart, dass  $at_0 + bx_0 + c \in J$ . Nehme an,  $x$  löse

$$\dot{x}(t) = f(at + bx + c)$$

lokal um  $t_0$ . Leiten Sie eine Differentialgleichung für

$$u(t) = at + bx(t) + c$$

her. Welche Form hat die entstehende Differentialgleichung?

Verwenden Sie diese Methode, um die allgemeine Lösung (d.h. beliebige Anfangswerte) von

$$\dot{x}(t) = (t + x(t))^2$$

zu finden.

(b) Verfahren Sie ähnlich wie in (a), um Gleichungen der Form

$$\dot{x}(t) = f\left(\frac{x(t)}{t}\right)$$

zu behandeln und finden Sie die lokale Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{x} = \frac{1}{t} \left( x(t) + \sqrt{t^2 - x^2(t)} \right), \quad x(1) = 0.$$

**Hinweis:** Zu einer Lösung gehört auch die Angabe des Definitionsbereichs.

*Die Abgabe Ihrer Lösungen ist freiwillig und hat keinen Einfluss auf die Klausurzulassung. Wir empfehlen trotzdem dringend, die Aufgaben zu bearbeiten. Sie dürfen Ihre Lösungen abgeben und diese werden korrigiert. Die Lösungen werden in der Übung besprochen. Mindestens eine der beiden Aufgaben hat Klausurniveau, nur zu Ihrer Orientierung. Abgabe: 25.10. in der Vorlesung.*