

Übungen zur Vorlesung “Gewöhnliche Differentialgleichungen”

PD Dr. Julian Scheuer
Blatt 13

WS 2018/19
31. Januar 2019

Aufgabe 13.1

Sei $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich $\mathcal{D}(f)$ des vom Vektorfeld $f(x) = Ax$ erzeugten globalen Flusses $x = x(t, \tau, \xi)$ und berechnen Sie $x(t, 0, (4\sqrt{3}, 0))$.

(b) Bestimmen Sie die kritischen Punkte von x .

Aufgabe 13.2

Sei $g \in C^1(\mathbb{R})$ und sei $x_0 \in \mathbb{R}$. Formulieren Sie eine Bedingung an das Paar (g, x_0) , die sowohl hinreichend als auch notwendig dafür ist, dass jede Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= g(t)x^2(t) \\ x(0) &= x_0. \end{aligned}$$

für alle $t \in \mathbb{R}$ definiert ist.

Aufgabe 13.3

Betrachten Sie die Differentialgleichung 3. Ordnung

$$x^{(3)}(t) = t^2 \ddot{x}(t) + t \dot{x}(t) - 1.$$

- (a) Transformieren Sie die Gleichung in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung.
- (b) Berechnen Sie die Wronski-Determinante des in (a) gefundenen linearen Systems bei allgemeinen Anfangswerten.
- (c) Bestimmen Sie zu dieser Differentialgleichung Anfangswerte derart, dass die zugehörigen maximalen Lösungen zu jeder Zeit eine Basis des Lösungsraumes bilden.

Dies sind genau die Aufgaben aus einer Altklausur, die Sie mit dem Stand unserer Vorlesung bearbeiten können. Zeitlicher Rahmen für diese 3 Aufgaben ist ca. 1 Stunde.