Partielle Differentialgleichungen WS 17/18, Serie 3
Ernst Kuwert 30. Oktober 2017
Julian Scheuer

Aufgabe 1
Zeigen Sie per Gegenbeispiel, dass Satz 2.5 der Vorlesung für $p = 1$ nicht richtig ist.

Aufgabe 2
Konstruieren Sie eine Funktion $u \in C^1(\Omega)$ mit beschränkter Ableitung, die nicht Lipschitzstetig ist, für $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ geeignet.

Aufgabe 3
Sei μ Maß auf X mit $0 < \mu(X) < \infty$, und $u : X \to [0, \infty]$ μ-messbar. Zeigen Sie

$$\lim_{p\to\infty} \Big(\int_X u^p \, d\mu \Big)^{\frac{1}{p}} = \|u\|_{L^\infty(\mu)}.$$

Aufgabe 4
Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen und beschränkt und $u \in C^2(\Omega) \cap C^0(\bar{\Omega})$ erfülle $\Delta u \geq 0$ in Ω. Zeigen Sie, dass u ihr Maximum auf $\partial\Omega$ annimmt.
Hinweis: Betrachten Sie zunächst den Fall $\Delta u > 0$ und modifizieren Sie u im allgemeinen Fall geeignet.

Abgabe am Dienstag, 7.11.2017