

Aufgabe 1 (*Zur Produkttopologie*) (4 Punkte)

$X \times Y$ habe die Produkttopologie. Zeigen Sie für $A \subset X$, $B \subset Y$:

- (1) $\overline{A \times B} = \overline{A} \times \overline{B}$.
- (2) $\text{int}(A \times B) = \text{int} A \times \text{int} B$.
- (2) $\partial(A \times B) = (\partial A) \times \overline{B} \cup \overline{A} \times (\partial B)$.

Aufgabe 2 (*Beispiel zum Zusammenhang*) (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass $\mathbb{Q} \times \mathbb{R} \cup \mathbb{R} \times \mathbb{Q}$ als Teilmenge von \mathbb{R}^2 zusammenhängend ist.

Aufgabe 3 (*Kreis und Intervall*) (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass $[0, 1]$ und \mathbb{S}^1 nicht homöomorph sind. Beweisen Sie dazu die

Hilfsaussage: Ist $f : X \rightarrow Y$ ein Homöomorphismus zwischen topologischen Räumen, so ist $f|_{X \setminus \{x_0\}} : X \setminus \{x_0\} \rightarrow Y \setminus \{f(x_0)\}$ ebenfalls ein Homöomorphismus.

Aufgabe 4 ($\mathbb{R}P^1 \approx \mathbb{S}^1$) (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Abbildung $\tilde{f} : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1$, $\tilde{f}(z) = z^2$, einen Homöomorphismus $f : \mathbb{R}P^1 \rightarrow \mathbb{S}^1$ induziert.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 14.5. vor der Vorlesung.