

Aufgabe 1 (*Zusammenhang von Quotienten*) (4 Punkte)

Sei \sim Äquivalenzrelation auf dem topologischen Raum X . Zeigen Sie:

- (1) X zusammenhängend $\Rightarrow X/\sim$ zusammenhängend.
- (2) X wegzusammenhängend $\Rightarrow X/\sim$ wegzusammenhängend.

Aufgabe 2 (*Beispiel zum lokalen Zusammenhang*) (4 Punkte)

Betrachten Sie $X = \partial U$ als Teilmenge von \mathbb{R}^2 , wobei

$$U = (0, 2) \times (0, 2) \setminus \bigcup_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{k} \right\} \times (0, 1].$$

Zeigen Sie, dass X wegzusammenhängend ist, dass aber $(0, y) \in X$ für $0 \leq y \leq 1$ keine Umgebungsbasis hat, deren Elemente zusammenhängend sind.

Aufgabe 3 (*Zusammenhang von \mathbb{S}^n*) (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Sphären \mathbb{S}^n für $n \geq 1$ zusammenhängend sind.

Aufgabe 4 (*Hausdorffeigenschaft*) (4 Punkte)

Ein topologischer Raum X ist genau dann Hausdorffsch, wenn die Diagonale $\Delta = \{(x, x) : x \in X\} \subset X \times X$ abgeschlossen ist.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 21.5. vor der Vorlesung.