Aufgabe 1 (*Zum Rotationsindex*)
Berechnen Sie $\operatorname{ind}(\gamma) := n(\gamma', 0)$ für folgende Kurven $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$.

(1) $\gamma(t) = (\cos t, \sin 2t)$

(2) $\gamma(t) = i/2 + (1 - 2\sin t)e^{it}$

Aufgabe 2 (*Gleichheit in der Fenchel-Ungleichung*)
Es sei $\gamma : [0, L] \to \mathbb{R}^n$ eine C^1-geschlossene, nach der Bogenlänge parametrisierte Kurve mit

$$\int_0^L |\vec{\varkappa}| \, \mathrm{d}s = 2\pi$$

O.B.d.A können wir $n = 2$ annehmen, weil laut Satz 2.1 γ eine ebene Kurve sein muss. Zeigen Sie: Die Kurve berandet ein beschränktes Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. Außerdem: Ist ν die innere Normale dieses Gebietes, so ist $\kappa \geq 0$ bezüglich der Einheitsnormalen $\nu \circ \gamma$.

Aufgabe 3 (*Fundamentalsatz der Algebra*)
Zeigen Sie durch Widerspruch, dass jedes komplexe Polynom

$$P(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \ldots + a_0 \quad \text{mit } n \geq 1$$

eine Nullstelle in $\mathbb{C}$ hat. Betrachten Sie dazu die Umlaufszahl von $c_R(t) = P(Re^{it})$ bezüglich des Nullpunkts, und finden Sie geeignete Homotopien.

Abgabe Dienstag, 01.06.2021 im ILIAS-Abgabetool Ihres Tutorates