Ernst Kuwert, Marius Müller
http://home.mathematik.uni-freiburg.de/analysis/

Aufgabe 1 (*Immersionseigenschaft und Gram'sche Matrix*)
Es sei $U \subset \mathbb{R}^2$ offen und $F \in C^k(U;\mathbb{R}^3)$ für ein $k \geq 1$. Zeige: F ist eine Immersion genau dann wenn $\det(DF(x)^T DF(x)) > 0$ für alle $x \in U$.

Aufgabe 2 (*Konkrete Berechnung der ersten Fundamentalform*)
Es sei $F : (0,1) \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch $F(h,\varphi) = (h, \cos\varphi, \sin\varphi)$.

(a) Zeige, dass F eine Immersion ist und berechne die erste Fundamentalform. Ist F längentreu/winkeltreu/flächentreu? Zeichne $F((0,1) \times \mathbb{R})$.

Hinweis: Wenn eine Aufgabe die Berechnung der ersten Fundamentalform erfordert, so genügt es stets, die Gram'sche Matrix anzugeben.

*(b) Ist F eine Rotationsfläche im Sinne von Beispiel 6.3? Falls nein, wo liegt das Problem?