

Aufgabe 1 (*Krümmung von Graphen*)

Es sei $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben durch $F(x, y) = (x, y, 7x^2 - 3y^2)$. Bestimme (ohne zu Rechnen!) die Hauptkrümmungen von F bei $(x, y) = (0, 0)$.

Aufgabe 2 (*Ein Shortcut zur Gaußkrümmung*)

Es sei $F \in C^2(U, \mathbb{R}^3)$ eine Immersion. Seien ferner G die Gram'sche Matrix, A die darstellende Matrix der zweiten Fundamentalform und K die Gaußkrümmung von F . Zeige

$$K = \frac{\det(A)}{\det(G)}. \quad (1)$$

Gehe nochmal zurück zur Schritt-für-Schritt-Anleitung aus Minikolloquium 6. Welche Schritte können jetzt übersprungen werden, wenn nur nach der Gaußkrümmung (und nicht nach Weingartenabbildung bzw. Hauptkrümmungen) gefragt ist?

Aufgabe 3 (*Minimalflächen*)

- (a) Es sei $F \in C^2(U, \mathbb{R}^3)$ eine Immersion. Zeige: $H = 0$ genau dann wenn $\vec{H} = 0$.
- (*b) Ist jede längentreu parametrisierte Fläche eine Minimalfläche?

