Aufgabe 1 (*Kovariante Ableitung und Parallelverschiebung*)
Wir betrachten das Riemannsche Gebiet $(\mathbb{R}^2, g)$ mit Metrik

$$G(x,y) = \begin{pmatrix} e^{2x} & 0 \\ 0 & e^{2x} \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimme die Christoffelsymbole. Tipp: Gleichung (9.9) aus dem Skript kann Deine Rechnungen verschnellern.

(b) Es sei $\gamma : [0, y_0] \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch $\gamma(t) := (0, t)$. Gib eine Formel für $\frac{\nabla \xi}{dt}$ an, wobei $\xi = (\xi_1, \xi_2) \in C^1([0, y_0]; \mathbb{R}^2)$ ein Vektorfeld ist. Hierbei wird die kovariante Ableitung längs γ genommen.

(c) Bestimme die Parallelverschiebung $P_\gamma(e_1)$ in Abhängigkeit von y_0. Interpretiere Dein Ergebnis.