Übungsaufgaben zur Vorlesung Einführung in geometrische und parabolische Evolutionsgleichungen
WS 2010/11, Blatt 1
PD Dr. M. Simon, E. Mäder
26.10.2010
http://home.mathematik.uni-freiburg.de/analysis/evngleichung/

Aufgabe 1
Zeigen Sie: Das Kreuz

$$M := \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| = |y|\right\}$$

ist mit der (von $\mathbb{R}^2$) induzierten Topologie keine eindimensionale topologische Mannigfaltigkeit.

Aufgabe 2
Weisen Sie nach, dass Definition 2.2 (Tangentialraum in p, ${}_1T_pM$) aus der Vorlesung wohldefiniert ist, d.h. beweisen Sie

1. $\sim$ ist eine Äquivalenzrelation.
2. Die Äquivalenzklassen in ${}_1T_pM$ hängen nicht von der Wahl der Karte ab.
3. Die definierte Addition „+“ und die skalare Multiplikation „·“ hängen nicht von der Wahl der Karte ab.
4. Mit „+“ und „·“ wird ${}_1T_pM$ zu einem Vektorraum.

Aufgabe 3 (Kegel)
Sei

$$K := \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2, z > 0\right\}.$$

Zeigen Sie, dass K mit der induzierten Topologie eine topologische Mannigfaltigkeit ist. Zeigen Sie weiterhin, dass K homeomorph zu $S^1 \times \mathbb{R}$ ist.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Dienstag, den 02.11.2010, bis 8.15 Uhr.