Übungsaufgaben zur Vorlesung Einführung in geometrische und parabolische Evolutionsgleichungen WS 2010/11, Blatt 13

PD Dr. M. Simon, E. Mäder

01.02.2011

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/analysis/evngleichung/

## Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Es existiert eine Basis  $\{w_i\}_{i=0}^{\infty}$  von  $W^{1,2}(M)$  mit

$$\int_{M} w_i w_j d\mu_g = \delta_{ij} \quad \forall i, j \in \mathbb{N}.$$

## Aufgabe 2 (8 Punkte)

Sei (M,g) eine kompakte Riemannsche Mannigfaltigkeit der Dimension n und  $u \in C_c^2(M \times (0,T))$ .

Zeigen Sie: Für alle  $\epsilon > 0$  gibt es ein  $u_N : M \times (0,T) \to \mathbb{R}, u_N \in C^{\infty}(M \times (0,T)),$  der Form  $u_N(x,t) = \sum_{j=1}^N h_j(x) \psi_j(t)$  mit

$$\int_0^T \int_M |u_N - u|^2 + |\nabla (u_N - u)|_g^2 d\mu_g dt \le \epsilon.$$

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Dienstag, den 08.02.2011, bis 8.15 Uhr.