Aufgabe 1 *(4 Punkte)*
Zeigen Sie: Es existiert eine Basis $\{w_i\}_{i=0}^{\infty}$ von $W^{1,2}(M)$ mit

$$\int_M w_i w_j \mathrm{d}\mu_g = \delta_{ij} \quad \forall i, j \in \mathbb{N}.$$

Aufgabe 2 *(8 Punkte)*
Sei (M, g) eine kompakte Riemannsche Mannigfaltigkeit der Dimension n und $u \in C_c^2(M \times (0, T))$.
Zeigen Sie: Für alle $\epsilon > 0$ gibt es ein $u_N : M \times (0, T) \to \mathbb{R}$, $u_N \in C^\infty(M \times (0, T))$, der Form $u_N(x, t) = \sum_{j=1}^N h_j(x)\psi_j(t)$ mit

$$\int_0^T \int_M |u_N - u|^2 + |\nabla(u_N - u)|_g^2 \mathrm{d}\mu_g \mathrm{d}t \leq \epsilon.$$

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Dienstag, den 08.02.2011, bis 8.15 Uhr.