

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Sei $u \in C^\infty([0, l])$ nicht-wachsend. Dann gilt für die Symmetrisierung $u = u^*$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Sei $\psi \in C^\infty(\mathbb{R})$ eine nicht-fallende Funktion und $u \in C^\infty(\Omega)$ mit $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ beschränkt.
Zeigen Sie

$$\psi \circ (u^*) = (\psi \circ u)^*.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Weisen Sie anhand eines Beispiels nach, dass für zwei Funktionen $v, w : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ im Allgemeinen $(v + w)^*$ nicht mit $v^* + w^*$ übereinstimmt. Zeigen Sie weiter, dass für alle $c \in \mathbb{R}$ jedoch

$$(v + c)^* = v^* + c$$

gilt.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Sei Ω der Annulus

$$\{x \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < R_1 < |x| < R_0\}.$$

Sei $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $u(x) := (R_0^2 - |x|^2)/2$. Berechnen Sie die Symmetrisierung u^* von u .

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Mittwoch, 20.07.2011 bis 8:15 Uhr.