MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. T. Müller

29. Mai 2000

Nichtlineare Funktionalanalysis
SS 2000
Übungsblatt 4

AUFGABE 1: Sei $Z = \{z = (z^i)_{i\in\mathbb{N}} \in \ell^\infty(\mathbb{R}) : \lim_{i\to\infty} z^i = 0\}$ der Banachraum der reellen Nullfolgen, und $f : Z \to Z$, $f(z)^i = \sqrt{|z^i|}$. Betrachten Sie für $\epsilon \in Z$ mit $\epsilon^i > 0$ für alle $i \in \mathbb{N}$ das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} u'(t) &= f(u(t)) \;\; 0 \le t \le \tau \\ u(0) &= \epsilon. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß für kein $\tau > 0$ eine C^1-Lösung existiert. Welche Voraussetzungen des Existenzsatzes von Peano (Satz 4, Vorlesung) sind erfüllt bzw. verletzt?

AUFGABE 2: Seien $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ein beschränktes Gebiet und $f \in C^0(\overline{\Omega} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n)$ mit sublinearem Wachstum in u, Du:

$$|f(x,z,p)| \le c(1 + |z|^\gamma + |p|^\gamma) \quad (0 \le \gamma < 1).$$

Formulieren Sie das Randwertproblem

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f(x,u,Du) && \text{in } \Omega \\ u &= 0 && \text{auf } \partial\Omega \end{aligned}$$

als Fixpunktproblem in $H_0^{1,2}(\Omega)$ und weisen Sie die Existenz einer Lösung nach ($\partial\Omega \in C^2$).

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Montag, 5.06.2000