MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. T. Müller

6. Juni 2000

Nichtlineare Funktionalanalysis
SS 2000
Übungsblatt 5

AUFGABE 1: Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen und beschränkt. Zeigen Sie, daß das nichtparametrische Flächenfunktional

$$F(u) = \int_\Omega f(Du), \quad f(p) = (1 + |p|^2)^{1/2}$$

auf $W^{1,2}(\Omega)$ differenzierbar ist, nicht aber auf $W^{1,1}(\Omega)$.

AUFGABE 2: Untersuchen Sie die auf $L^1(\mu)$ gegebene Norm

$$F(u) = \int_\Omega |u| d\mu$$

hinsichtlich der Existenz von Richtungsableitungen $\partial_v F(u)$ und auf Fréchet-Differenzierbarkeit.

AUFGABE 3: Betrachten Sie auf dem Banachraum $Z = \{z \in \ell^\infty(\mathbb{R}) : \lim_{i\to\infty} z^i = 0\}$ die Abbildung

$$f : Z \to Z, \quad f(z)^i = (z^i)^3$$

und zeigen Sie

a) f ist in jedem $z \in Z$ differenzierbar,

b) f ist nicht kompakt,

c) $Df(z)$ ist für alle $z \in Z$ kompakt.

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Montag, 19.06.2000