MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. R. Schätzle

14.5.1998

Minimalflächen
SS 1998
4. Übung

AUFGABE 14:
Betrachten Sie die Menge
$M = \{\theta \in C^0(I\!R) : \theta \text{ ist monoton wachsend, } \frac{1}{2\pi}(\theta(\vartheta + 2\pi) - \theta(\vartheta)) = 1 \text{ für alle } \vartheta \in I\!R\}$.

Zeigen Sie:
a) M ist konvexe Teilmenge von $C^0(I\!R)$.
b) $\{\theta \in M : \theta \text{ ist streng monoton und glatt}\}$ ist dicht in M bzgl. der Supremumsnorm.

Bemerkung: Die Menge der monotonen Parametriesierungen von Γ ist also der Abschluß der Homeomorphismen bezüglich der C^0-Norm.

AUFGABE 15:
Sei $\gamma_0 : S^1 \to \Gamma$ homeomorph. In der Vorlesung hatten wir zu $\varphi \in C^0(S^1, \Gamma)$ einen Lift $\theta \in C^0(I\!R)$ mit $\varphi(e^{i\vartheta}) = \gamma_0(e^{i\theta(\vartheta)})$ konstruiert und die Umlaufzahl durch

$$d(\varphi) = \frac{1}{2\pi}(\theta(2\pi) - \theta(0)) \in Z\!\!\!Z$$

erklärt. Zeigen Sie, daß sich $d(\varphi)$ bei Verwendung eines anderen Homeomorphismus $\gamma_1 : S^1 \to \Gamma$ nicht ändert, sofern γ_0, γ_1 gleichsinnig orientiert sind.

AUFGABE 16:
Es sei $u : B_1(0) \to I\!R$ gegeben durch

$$u(z) := \operatorname{Im}\Big(\Big(\frac{1+\mathrm{z}}{1-\mathrm{z}}\Big)^2 \Big).$$

Man zeige:

(i) u ist harmonisch in $B_1(0)$,

(ii) $u \not\equiv 0$ in $B_1(0)$,

(iii) $\lim_{r\to 1} u(r\, e^{i\varphi}) = 0 \quad \forall \varphi \in I\!R$.

AUFGABE 17:
Ein Kreisbogenzweieck $\triangle$ ist der Durchschnitt zweier offener Kreisscheiben. Geben Sie eine konforme Äquivalenz von $\triangle$ mit $B_1(0)$ an.

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Freitag, 22.5.1998, bis 12:00 Uhr (bei T. Müller, Zi. 210, 2.OG)