MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. R. Schätzle

22.5.1998

Minimalflächen
SS 1998
5.Übung

AUFGABE 18:
Es sei $\varphi \in \mathrm{L^p}(\partial\mathrm{B}_1),\ 1 \leq \mathrm{p} < \infty$ und $(\xi\varphi)$ das Poisson-Integral auf B_1 von φ . Zeigen Sie, daß für $0 < r < 1$

$$\| (\xi\varphi)_r \|_{\mathrm{L^p}(\partial\mathrm{B}_1)} \leq \| \varphi \|_{\mathrm{L^p}(\partial\mathrm{B}_1)}$$

und

$$\| (\xi\varphi)_r - \varphi \|_{\mathrm{L^p}(\partial\mathrm{B}_1)} \to 0$$

für $r \uparrow 1$.

AUFGABE 19:
Es sei $u : \overline{B_1} \cap \{y \geq 0\} \subset I\!R^2 \to I\!R$ stetig und harmonisch im Inneren mit $u(x,0) = 0$. Zeigen Sie mit der Poisson-Integral-Formel, daß die Fortsetzung

$$u(x,y) := -u(x,-y)$$

harmonisch in B_1 ist.
(Hinweis: Setzen Sie dazu die Randwerte durch Spiegelung fort und zeigen Sie, daß das Poisson-Integral mit diesen Randwerten auf $\overline{B_1} \cap \{y \geq 0\}$ mit u übereinstimmt.)

AUFGABE 20:
Es sei $A_{r,R} := \{z \in \mathbb{C} \mid r < |z| < R\},\ 0 < r < R < \infty$, ein Annulus. Wann sind zwei Annuli biholomorph äquivalent, d.h. wann existiert eine stetig invertierbare Abbildung

$$f : A_{r,R} \to A_{s,S},$$

für die f und f^{-1} holomorph im Inneren sind.
(Hinweis: Setzen Sie f durch Spiegeln an den Kreislinien zu einer holomorphen Abbildung $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$ fort.)

AUFGABE 21:
Es sei $\varphi \in \mathrm{C}^0(\partial\mathrm{B}_1)$ lipschitzstetig mit Lipschitz-Konstante L , und $h \in \mathrm{C}^\infty(\mathrm{B}_1)$ ihre harmonische Fortsetzung. Zeigen Sie

$$E(h) \leq CL^2.$$

(Hinweis: Zeigen Sie die Aussage zuerst für glatte φ , und verwenden Sie die Parseval-Identität für φ' .)

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Donnerstag, 28.5.1998, von 11^{00} Uhr bis 11^{10} Uhr.