MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. R. Schätzle

28.5.1998

Minimalflächen
SS 1998
6.Übung

AUFGABE 21:
Zeigen Sie, daß für die 2-Form $\omega(x)(\xi,\eta) = \frac{1}{3}det(x,\xi,\eta)$ und eine durch $f : B_1 \to M \subseteq I\!R^3$ parametrisierte Fläche M

$$\int_{B_1} f^*\omega = vol(K(M,0))$$

gilt, wobei $K(M,0) := \{tx \mid x \in M,\ t \in [0,1]\ \}$ der Kegel von M über 0 ist. Dabei wird angenommen, daß die Parametrisierung f die Fläche M eingebettet darstellt, d.h. f ist ein Homeomorphismus und df hat überall vollen Rang. Weiter soll ganz M über 0 sichtbar sein, d.h. Halbgeraden durch 0 und Punkte von M sind paarweise disjunkt.

AUFGABE 22:
Zeigen Sie, daß die durch $z \mapsto (Re(z^2 - \frac{1}{2}\overline{z}^4), Im(z^2 - \frac{1}{2}\overline{z}^4), Re(\frac{4}{3}z^3))$ parametrisierte Fläche eine Minimalfläche ist und skizzieren Sie diese.
(Hinweis: Beachten Sie, daß die Strecken $\{re^{i\varphi} \mid r \in [0,1]\ \}$, $\varphi = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$ in Geraden abgebildet werden.)

AUFGABE 23:
Es sei $f : I\!R^2 \to I\!R^3$ eine stetige Abbildung, die auf der oberen und unteren Halbebene linear mit vollem Rang ist. Zeigen Sie, daß die durch f parametrisierte Fäche nur dann den Flächeninhalt gegenüber Variationen mit kompaktem Träger minimiert, wenn f auf $I\!R^2$ linear ist.

AUFGABE 24:
Das Helikoid entsteht, wenn sich eine zur $z-$Achse senkrechte Gerade mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um die $z-$Achse dreht und sich dabei mit konstanter Geschwindigkeit nach oben bewegt. Zeigen Sie, daß das Helikoid eine Minimalfläche ist.

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Mittwoch, 10.6.1998, bis 12:00 Uhr (bei T. Müller, Zi. 210, 2.OG)