MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. R. Schätzle

25.6.1998

Minimalflächen
SS 1998
9.Übung

AUFGABE 33:
Es sei $\Omega \subseteq I\!R^2$ offen und $f \in C^1(\Omega, I\!R^2)$ mit $df(z_0)$ nichtsingulär. Zeigen Sie, daß der Index von f in z_0 wohldefiniert ist, und daß

$$ind(f, z_0) = sign\ det\ df(z_0).$$

AUFGABE 34:
Es sei $C \subset\subset I\!R^2$ eine offene, nichtleere, beschränkte, konvexe Menge. Zeigen Sie, daß für $w_0 \in C$ die Zuordnung $w \mapsto \frac{w - w_0}{|w - w_0|}$, $w \in \partial C$, einen Homeomorphismus zwischen ∂C und S^1 erzeugt. Insbesondere ist ∂C eine Jordankurve.

AUFGABE 35:
Es sei $u \in C^2(B_1(0) - \{0\}, I\!R) \cap C^0(B_1(0), I\!R)$, deren Graph außerhalb des Nullpunktes eine Minimlafläche ist, d.h.

$$div\ (\frac{grad\ u}{\sqrt{1 + |grad\ u|^2}}) = 0 \quad \text{ in } B_1(0) - \{0\}.$$

Zeigen Sie, daß u regulär ist.
(Hinweis: Betrachten Sie mit dem Satz von Rado eine Graphenlösung v des Plateauproblems mit Randwerten u , und multipizieren Sie die Minimalflächengleichung der beiden Graphen mit $(v - u)\eta$ und integrieren Sie, wobei $\eta \equiv 0$ in einer Umgebung von 0.)

AUFGABE 36:
Es sei Γ eine Jordankurve, die eine Lösung des Plateauproblems mit einem Verzweigungspunkt im Inneren besitzt. Zeigen Sie, daß jede Hyperebene durch diesen Verzweigungspunkt die Jordankurve in mindestens vier Punkten schneidet.
(Hinweis: Betrachten Sie die Höhenfunktion der Plateaulösung über einer Hyperebene).

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Donnerstag, 2.7.1998, von 11^{00} *Uhr bis* 11^{10} *Uhr.*