MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. R. Schätzle

31.5.1999

Theorie partieller Differentialgleichungen II
SS 1999
6.Übung

AUFGABE 12: (Niveau-Linien)
Es sei $\Omega \subset\subset I\!R^n$ offene Menge von der Form $\Omega := U - \overline{V}$, wobei U, V offen und sternförmig bezüglich 0 sind. Wir betrachten die Lösung der elliptischen Gleichung

$$\begin{aligned} \Delta u = 0 \quad & \text{in } \Omega, \\ u = 0 \quad & \text{auf } \partial U, \\ u = 1 \quad & \text{auf } \partial V. \end{aligned}$$

Zeigen Sie folgende Aussagen.

(i) $v(x) := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\mu} u(\mu\, x) = Du(x)x$ ist eine harmonische Funktion auf Ω mit $v \leq 0$ auf $\partial\Omega$ und der strikten Ungleichung in Ω .

(ii) Es sei $\Gamma_\lambda := \{ x \in \Omega \mid u(x) = \lambda \}$, für $0 < \lambda < 1$. Dann gilt $x\nu(x) > 0$ für $x \in \Gamma_\lambda$ und wobei $\nu(x)$ die Normale an Γ_λ in Richtung fallender Werte von u ist.

(iii) $V \cup [u > \lambda]$ ist sternförmig bezüglich 0.

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Montag, 7.6.1999.