MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. R. Schätzle

28.6.1999

Theorie partieller Differentialgleichungen II
SS 1999
9.Übung

AUFGABE 16: (Harnack-Ungleichung)
Es sei u eine Lösung von

$$\partial_i(a_{ij}\partial_j u) = 0 \quad \text{auf } \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

wobei $a_{ij}\xi_i\xi_j \geq \mu|\xi|^2$ für $\xi \in \mathbb{R}^n$ und ein $\mu > 0$. Weiter sei

$$M(r) := \max_{|x|=r} u(x), \qquad \text{und} \qquad m(r) := \min_{|x|=r} u(x).$$

Zeigen Sie folgende Aussagen.

(i) M ist nichtfallend, und m ist nichtwachsend.

(ii) Es gilt

$$M(r) - m(r) \geq c_0 r^\alpha - C$$

mit $c_0,\ \alpha > 0,\ C < \infty$, falls u nicht konstant ist.

(iii) Falls u beschränkt ist, so ist u konstant.

AUFGABE 17: (Minimalflächen)
Es sei $\Sigma = graph(u)$ eine Minimalfläche, wobei u glatt auf $\mathbb{R}^n$ definiert ist. Die Steigung der Tangentialebene von Σ sei beschränkt, d.h. u erfüllt eine globale Lipschitzbedingung. Zeigen Sie, daß u linear ist.

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Montag, 5.7.1999.