

**Aufgabe 1** (*Logisches Schließen*)

Verneinen Sie folgende Aussagen:

- a) Zu jedem Vorschlag gibt es jemanden, der den Vorschlag kritisiert.
- b) Keine Regel ohne Ausnahme.
- c) In manchen Häusern haben nicht alle Wohnungen fließendes Wasser.

Warum ist die Aussage b) in sich widersprüchlich?

**Aufgabe 2** (*Ungleichungen*)

Beweisen Sie für  $a, b \in \mathbb{R}$  und  $\varepsilon > 0$  die Ungleichung

$$ab \leq \varepsilon a^2 + \frac{1}{4\varepsilon} b^2.$$

Wann gilt Gleichheit?

**Aufgabe 3** (*Induktion*)

In der Vorlesung wurden die Binomialkoeffizienten eingeführt, und zwar ist für  $\alpha \in \mathbb{R}$  and  $k \in \mathbb{N}$  nach Definition

$$\binom{\alpha}{k} := \prod_{j=1}^k \frac{\alpha - j + 1}{j}, \text{ sowie } \binom{\alpha}{0} := 1.$$

Zeigen Sie durch Induktion die Formel

$$\sum_{k=0}^n \binom{\alpha + k}{k} = \binom{\alpha + n + 1}{n}.$$

**Aufgabe 4** (*Induktion*)

Beweisen Sie für  $n \geq 2$  die Ungleichung  $n! < n^n$ .

**Spielecke** In einem Quadrat der Fläche Eins seien sieben Punkte gegeben, die zusammen mit den Ecken des Quadrats die Menge  $E$  bilden. Zeigen Sie, dass bei jeder Zerlegung des Quadrats in Dreiecke (*Triangulierung*) mit Ecken in  $E$  eines mit Fläche höchstens  $1/16$  vorkommt. Lassen sich die Punkte so anordnen, dass in jeder Triangulierung alle Dreiecke mindestens so groß sind?

*Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 22.10.2001 bis 10:15.*