Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. R. Schätzle

Seminar über elliptische Gleichungen

Realteile und Imaginärteile von holomorphen Funktionen sind, wie aus der Funktionentheorie bekannt, harmonische Funktionen, d.h. Lösungen der Laplace-Gleichung

$$\Delta u = \partial_{ii} u = 0.$$

Die ist die einfachste elliptische Gleichung. Elliptische Gleichungen zeichnen sich durch verschiedene Vergleichsprinzipien aus. In diesem Seminar soll die Existenz und Regularität von Lösungen von elliptischen Gleichungen behandelt werden.

Es werden verschiedene Lösungsbegriffe wie schwache, starke und Vicositäts-Lösung diskutiert. Durch eine Verallgemeinerung der Methode von Perron erhält man die Existenz von Lösungen.

Die Regularitätstheorie wird ausgehend von den Schauder-Abschätzungen für lineare Gleichungen und Kryllov-Abschätzungen für nicht-lineare Gleichungen entwickelt. Als Hilfmittel dazu dienen die schwache Harnack-Ungleichung und der Satz von Calderon-Zygmund. Schließlich soll mit der Monge-Ampère-Gleichung eine völlig nicht-lineare Gleichung behandelt werden.

Als Voraussetzungen sind nur Kenntnisse von Analysis I - III erforderlich. Kenntnisse in Funktionentheorie wären hilfreich.

References

[1] Caffarelli, L.A., Cabré, X., (1996) Fully Nonlinear Elliptic equations, American Mathematical Society.

[2] Crandall, M.G., Ishi, H., Lions, P.-L., (1992) User's Guide to Viscosity Solutions of second Order Partial Differential Equations, Bulletin of the American Mathematical Society, **Vol. 27**, No. 1, pp. 1-67.

[3] Evans, L.C., Gariepy, R.F., (1992) Measure Theory and Fine Properties of Functions, CRC Press, Boca Raton - Ann Arbor - London.

[4] Gilbarg, D., Trudinger, N.S., (1983) Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, Springer Verlag, Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo.