MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. R. Schätzle

22.12.1997

Analysis III
WS 1997/98
10.Übung

AUFGABE 39:

Im folgenden sei f eine $2\pi-$periodische Funktion, die auf $(-\pi,\pi)$ angegeben ist. Berechnen Sie die Fourierreihe und verifizieren Sie damit die Grenzwerte der Reihen.

(a) $f(x) := x^2$ für $x \in (-\pi,\pi)$.

$$\frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

(b) $f(x) := x \ \sin(x)$ für $x \in (-\pi,\pi)$.

$$\frac{1}{4} = \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2-1}.$$

AUFGABE 40:

Im folgenden seien $f,g \in \mathrm{L}^2(I\!R/(2\pi))$. Zeigen Sie folgende Aussagen.

(a) Ist f stetig differenzierbar, so konvergiert seine Fourierreihe gleichmäßig gegen f .

(b) Für $\alpha < \beta \in I\!R$ gilt

$$\int_\alpha^\beta f(x)\ g(x)\ \mathrm{dx} = \int_\alpha^\beta \frac{\mathrm{a}_0}{2}\ \mathrm{g(x)}\ \mathrm{dx} + \sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \int_\alpha^\beta (\mathrm{a_n}\cos(\mathrm{nx}) + \mathrm{b_n}\sin(\mathrm{nx}))\ \mathrm{g(x)}\ \mathrm{dx},$$

wobei a_n, b_n die Fourierkoeffizienten von f sind.

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Montag, 12.1.1998, von 14^{00} *Uhr bis* 14^{10} *Uhr.*