MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
Dr. R. Schätzle

7.12.1998

Theorie partieller Differentialgleichungen I
WS 1998/99
8.Übung

AUFGABE 30: (Schwache Differenzierbarkeit von Integralen)
Es sei $g \in L^1_{loc}(I\!R)$ und $f(x) := \int\limits_0^x g(t)\mathrm{d}t$. Zeigen Sie $f \in W^{1,1}_{loc}(I\!R)$ und $Df = g$.
AUFGABE 31: (Poincaré Ungleichung auf einem Streifen)
Es sei $u \in W^{1,p}(I\!R^n)$, $1 \leq p < \infty$, dessen Träger in einem Streifen liegt, d.h. $spt(u) \subseteq S := \{x \in I\!R^n \mid 0 < x_n < d\}$. Zeigen Sie

$$\| u \|_{L^p(S)} \leq d \| \nabla u \|_{L^p(S)}$$

AUFGABE 32: (Campanato Räume)
Es sei $u \in L^p_{loc}(I\!R^n)$, $1 \leq p < \infty$ und $\alpha > 1$ für die

$$[u]_{p,\alpha} := \sup\{r^{-\alpha}\omega_p(u,x,r) \mid x \in I\!R^n, r > 0\} \leq C < \infty,$$

wobei $\omega_p(u,x,r) := (⨍_{B_r(x)} |u(y) - u_{x,r}|^p \mathrm{d}y)^{\frac{1}{p}}$ und $u_{x,r} := ⨍_{B_r(x)} u(y)\mathrm{d}y$. Zeigen Sie, daß $u \equiv const$ gilt.
(Hinweis: Glätten Sie u oder gehen Sie den Beweis des Lemmas von Campanato durch.)
AUFGABE 33: (Fourier-Transformation und Sobolevräume)
Zeigen Sie, daß für $u \in L^1(I\!R^n)$ gilt:

$$u \in W^{m,2}(I\!R^n) \Longleftrightarrow (x \mapsto (1 + |x|^m)\hat{u}(x)) \in L^2(I\!R^n).$$

Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Montag, 14.12.1998, von 9^{00} *Uhr bis* 9^{10} *Uhr.*