MATHEMATISCHES INSTITUT DER
ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. E. Kuwert
T. Müller

20. Dezember 1999

Funktionalanalysis I
WS 1999/00
Übungsblatt 10

AUFGABE 1: Zeigen Sie für einen linearen Operator $T : X \to Y$ zwischen Hilberträumen, daß $\|T^*\| = \|T\|$. (vgl. §8, Folgerung 5).

AUFGABE 2: Beweisen Sie, daß der Raum $W^{1,p}(\Omega)$ für $1 \leq p < \infty$ separabel und reflexiv ist.
Anleitung: Verwenden Sie die Abbildung $J : W^{1,p}(\Omega) \to L^p(\Omega, \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n),\ Ju = (u, Du)$.

AUFGABE 3: Zeigen Sie für $I = (0,1) \subset \mathbb{R}$ die stetige Inklusion $W^{1,p}(I) \subset C^{0,1-\frac{1}{p}}(I)$ $(1 \leq p \leq \infty)$.

AUFGABE 4: Es sei $f_\varepsilon(x) := \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon^2+x^2}}$. Zeigen Sie, daß $\|f_\varepsilon\|_{L^2(\mathbb{R})} = \sqrt{\pi}$ und daß f_ε schwach gegen 0 konvergiert in $L^2(\mathbb{R})$. Zeigen Sie demgegenüber, daß $\int {f_\varepsilon}^2(x)\varphi(x)dx \to \pi\varphi(0)$ für $\varphi \in C_c^0(\mathbb{R})$.

Bearbeiten Sie bitte 4 der 5 Aufgaben. Vergessen Sie bitte nicht, Ihren Namen auf Ihre Lösungsblätter zu schreiben. Abgabetermin ist Montag, 10.1.2000.