Teil 1: Kürzeste Verbindungen

(1) Existenz von Kürzesten. Definition der Bogenlänge im $\mathbb{R}^n$ durch Polygonzüge, Unterhalbstetigkeit bei punktweiser Konvergenz, Parametrisierung nach der Bogenlänge, Arzela-Ascoli, kürzeste Verbindungen in Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^n$. [K97] Kapitel 10, Seite 78 (nur oben), 80 (Mitte)–85, 89 (Mitte)-91 (Mitte). Zeit: 3 Stunden

(2) Differentialgleichung der Geodätischen auf Untermannigfaltigkeiten (bzw. nur Flächen), Geodätische Polarkoordinaten. [EJ] Seite 18 und 61–66. Zeit: 3 Stunden.

(3) Kürzeste sind Geodätische. Vergleich mit stückweise C^1-Kurven, Begriff der schwachen Ableitung, Kettenregel, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnuung für Lipschitzfunktionen (durch Glättung). Vergleich mit rektifizierbaren Kurven. [EJ] Seite 67–68 (Mitte). [BGH] Seite 59, [A] Ü 1.4 Seiten 39-40, [GT] Seite 151 (unten). Zeit: 2-3 Stunden.

Gesamt: 8-9 Stunden = 5 Termine.

Teil 2: Ein geometrisches Minimaxproblem

(1) Mountain pass lemma. [JL] Seite 62–67. Zeit: 2 Stunden.

(2) Eine Konstruktion von Ljusternik-Schnirelman. [JL] Seiten 67 (unten)–77. Zeit: 3 Stunden.

Gesamt: 5 Stunden = 2-3 Termine.

Teil 3: Das Plateau-Problem

(1) Variation des Flächenfunktionals. mittlerer Krümmungsvektor, konforme Parametrisierung, Vergleich Flächenfunktional vs. Dirichletintegral, konforme Invarianz. [K98] Seiten 1–6 und 9-10 (Mitte). Zeit: 2 Stunden.

(2) Regularität harmonischer Funktionen. Mittelwerteigenschaft, Abschätzungen von Cauchy, Konvergenzsatz von Weierstraß, Kompaktheitssatz von Montel (Arzela-Ascoli aus vorigen Vorträgen bekannt), Lemma von Weyl, Maximumprinzip. [K98] Seiten 10 (Mitte)–15 (Mitte), 16 unten. Zeit: 3 Stunden.

(3) Das Dirichletproblem auf dem Einheitskreis. Poisson-Integralformel, Fourierentwicklung, Satz von Schwarz (Stetigkeit am Rand), Randwerte bei endlichem Dirichletintegral, Dirichletsches Prinzip. [K98] Seiten 22 (Mitte)–28 (oben). Zeit: 3 Stunden

(4) Spiegelungsprinzip von Schwarz, Spiegelungsprinzip für Minimalflächen [K98] Seiten 28–30, 40-41. Zeit: 2 Stunden.

(5) Existenzsatz. Monotone Parametrisierung der Randkurve, Courant-Lebesgue Lemma, [K98] Seiten 31–35. Zeit: 2 Stunden.

(6) Lösung ist Minimalfläche, Existenz für rektifizierbare Kurven. Regularität der Randkurve. Homeomorphie der Randparametrisierung. [K98] Seiten 35–39 und 47. Zeit: 2 Stunden.

(7) Satz von Radó. [K98] Seiten 48–55 (ohne Riemannschen Abbildungssatz) Zeit: 2-3 Stunden.

Gesamtzeit: 16-17 Stunden = 8 Termine. Die Themen (2) und (3) sollten von mindestens 2 Leuten bearbeitet werden. Bei (5) und (6) wäre eine Kooperation sinnvoll.

Literatur

[A] H.W. Alt, *Lineare Funktionalanalysis*, 2. Auflage, Springer Berlin Heidelberg New York 1992.

[BGH] G. Butazzo, M. Giaquinta, S. Hildebrandt, *One-dimensional variational problems*, Oxford University Press, Oford 1998.

[DHKW] U. Dierkes, S. Hildebrandt, A. Küster und O. Wohlrab, *Minimal surfaces.* Vol I: *Boundary value problems.* Grundlehren math. Wiss. **295**, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 1992.

[EJ] J.-H. Eschenburg, J. Jost, *Differentialgeometrie und Minimalflächen*, 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 2007.

[GT] D. Gilbarg, N. Trudinger, *Elliptic partial differential equations of second order*, 2. Auflage, Grundlehren math. Wiss. **224**, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo 1983.

[JL] J. Jost, X. Li-Jost, *Calculus of Variations*, Cambridge studies in advanced mathematics **64**, Cambridge University Press, Cambridge 1998.

[K97] E. Kuwert, *Analysis II*, Vorlesung Freiburg 1997 (in Kopie).

[K98] E. Kuwert, *Einführung in die Theorie der Minimalflächen*, Vorlesung Freiburg 1998, http://home.mathematik.uni-freiburg.de/analysis/lehre/skripten/.