Übungen zur Vorlesung “Lineare Algebra II”
SS 2009   Blatt 9

Ausgabe: 25.06.09, **Abgabe:** 02.07.09

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ss09/la2.html

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.
Es werden nur *zwei* Aufgaben abgegeben und bewertet.

Zwei Angebote zur Prüfungsvorbereitung:

- Zur Vorbereitung auf die Klausur zur Linearen Algebra 2 bzw. zur Modulprüfung Lineare Algebra wird Herr Dr. Daniel Greb eine Fragestunde anbieten. Diese wird am 19.08., 26.08. und 02.09. jeweils von 10:00-13:00 Uhr im Hörsaal II, Albertstrasse 23b, stattfinden.

- Eine Ankündigung von Florian Lehnerer:
  Hallo! Wie letztes Semester bei einer anderen Vorlesung mache ich wieder eine Prüfungsvorbereitung, bei der wir nochmal die wichtigsten Gedankengänge der Vorlesung und die gängigsten Aufgabentypen durchgehen. Der Schwerpunkt liegt auf dem Begründen und Beweisen, und nicht auf dem Anwenden der üblichen Rechenverfahren, damit auch die Bachelor etwas davon haben. Zum großen Teil macht ihr selber was, und dazu müsst ihr auch nicht in dem Raum oder Hörsaal bleiben.
  Das ist kein offizielles Angebot und auch keine Fragestunde, und wird auch nicht von Prof. Soergel und Dr. Wendt organisiert, Mails also nur an mich. Ich fänd schön, wenn ihr rechtzeitig unverbindliches Interesse zeigen würdet und (leere E-Mail reicht, wenn ihr keine Fragen habt) mir schreibt, damit ich einen passenden Raum reservieren kann und weiß, wieviel ich ungefähr kopieren muss. Das Ganze findet kurze Zeit vor den Prüfungen und Klausuren statt (ich schreib euch rechtzeitig wann und wo) und ist kostenlos, aber fairerweise könntet ihr ja meine Kopierkosten ersetzen, wenn ihr möchtet.
  Meine E-Mail-Adresse: `florian.lehnerer(at)web.de`

Aufgabe 9.1: Sei G eine Gruppe, und seien $H_1, H_2 \subseteq G$ Untergruppen. Zeigen Sie, daß die Einbettung $H_1 \hookrightarrow G$ eine Bijektion

$$H_1/(H_1 \cap H_2) \xrightarrow{\cong} H_1H_2/H_2$$

induziert.

(4 Punkte)

Aufgabe 9.2: Sei $f : H \to G$ ein Gruppenhomomorphismus, und $N \subseteq G$ ein Normalteiler in G. Zeigen Sie, daß die Menge $f^{-1}(N)$ ein Normalteiler in H ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 9.3: Sei G eine von n Elementen erzeugte abelsche Gruppe, $H \subseteq G$ eine Untergruppe. Zeigen Sie: H wird von höchstens n Elementen erzeugt.
Hinweis: Induktion über die Anzahl der Erzeuger.

(6 Punkte)

Aufgabe 9.4: Sei p eine Primzahl. Eine p-Gruppe ist eine endliche Gruppe, deren Ordnung eine Potenz von p ist. Zeigen Sie, daß jede nichttriviale p-Gruppe ein Element der Ordnung p enthält.
Geben Sie ein Beispiel einer nicht-abelschen p-Gruppe an.

(6 Punkte)