

# Übungen zur Vorlesung “Kommutative Algebra und algebraische Geometrie”

## SS 2010 Blatt 6

Ausgabe: 03.06.2010, Abgabe: 10.06.2010

---

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ss10/kommalg.html>

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.

Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

---

**Aufgabe 6.1:** Sei  $A$  ein Ring,  $S \subseteq A$  eine multiplikative Teilmenge. Zeigen Sie, daß die Abbildung  $A \rightarrow S^{-1}A : a \mapsto \frac{a}{1}$  genau dann injektiv ist, wenn  $S$  keine Nullteiler enthält.

(4 Punkte)

**Aufgabe 6.2:** Sei  $A$  ein Ring,  $S \subseteq A$  eine multiplikativ abgeschlossene Teilmenge. Zeigen Sie, dass eine Bijektion existiert zwischen (1) der Menge der Primideale von  $S^{-1}A$  und (2) der Menge derjenigen Primideale von  $A$ , die zu  $S$  disjunkt sind.

(6 Punkte)

**Aufgabe 6.3:** Welche der folgenden Ringe sind lokal? Geben Sie eine kurze Begründung.

- (i) Der Polynomring  $k[X]$ .
- (ii) Der Potenzreihenring  $k[[X]]$ .
- (iii) Der Ring  $k[X]/(X^n)$ ,  $n \geq 2$ .
- (iv) Der Ring der rationalen Zahlen, deren Nenner nicht durch  $p$  teilbar ist, für eine fest vorgegebene Primzahl  $p$ .
- (v) Der Ring der rationalen Zahlen, deren Nenner Potenzen von 2 sind.
- (vi) Der Ring  $\mathcal{C}(X, \mathbb{C})$  der stetigen komplexwertigen Funktionen auf einem kompakten Hausdorff-Raum  $X$ .

(6 Punkte)