

“Algebraische Zahlentheorie”

SS 2016 — Übungsblatt 2

Ausgabe: 28.04.2016, Abgabe: 06.05.2016

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithgeom/lehre/ss16/algzt.html>

Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

Aufgabe 2.1: Ist $\frac{3 + 2\sqrt{6}}{1 - \sqrt{6}}$ eine ganze algebraische Zahl? Geben Sie 6 weitere algebraische Zahlen an, von denen 3 ganz und 3 nicht ganz sind. Beweisen Sie jeweils die Eigenschaft, algebraisch und ganz bzw. algebraisch und nicht ganz zu sein.

(4 Punkte)

Aufgabe 2.2: Zeigen Sie dass $\{1, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{2}^2\}$ eine Ganzheitsbasis von $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 2.3: Sei $K = \mathbb{Q}(\theta)$ mit $\theta^3 - \theta - 4 = 0$. Zeigen Sie, dass $\{1, \theta, \frac{1}{2}(\theta + \theta^2)\}$ eine Ganzheitsbasis von K ist.

(4 Punkte)

Bonus-Aufgabe 2.4: Sei A ein Integritätsbereich. Zeigen Sie: ist A ganzabgeschlossen, so ist auch $A[t]$ ganzabgeschlossen.

(4 Punkte)