

“Algebraische Zahlentheorie”

SS 2016 — Übungsblatt 0

Ausgabe: 19.04.2016, **Abgabe:** keine Abgabe!

Dieses Übungsblatt dient nur zur Wiederholung des Stoffes aus der Algebra.

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithgeom/lehre/ss16/algzt.html>

Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

Organisatorisches: Bitte tragen Sie sich bis Freitag, 22.04., 12:00 zu einem der zwei verfügbaren Termine in Übungsgruppen ein: Mi 10-12 oder Mi 12-14 Uhr. Beide Termine finden im SR 414 in der Eckerstr. 1 statt.

Dieses Übungsblatt wird nicht korrigiert, es gibt noch keine Punkte.

Die Aufgaben werden in den Übungsgruppen besprochen.

Aufgabe 0.1: Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ die Folge natürlicher Zahlen mit $a_0 = a_1 = 1$ und $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ (die *Fibonacci-Folge*). Zeigen Sie: je zwei aufeinander folgende Fibonacci-Zahlen a_n und a_{n+1} sind teilerfremd.

Aufgabe 0.2: Sei L/K eine Körpererweiterung und $\alpha, \beta \in L$. Zeigen Sie: α und β sind algebraisch über K genau dann wenn $\alpha + \beta$ und $\alpha\beta$ algebraisch über K sind.

Aufgabe 0.3: Zeigen Sie: Jede endliche separable Körpererweiterung besitzt nur endlich viele Zwischenkörper.

Aufgabe 0.4: Sei k ein Körper. Zeigen Sie, dass es für jede natürliche Zahl $n > 1$ in den Einheiten k^\times höchstens $n - 1$ Elemente der Ordnung n gibt.

Aufgabe 0.5: Bestimmen Sie jeweils alle Einheitswurzeln in den Körpern \mathbb{Q} , $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$, $\mathbb{Q}(i)$ und $\mathbb{Q}(i\sqrt{2})$.