

**“Lineare Algebra II”**  
**SS 2019 — Übungsblatt 1**  
Ausgabe: 30.04.2019, Abgabe: 07.05.2019

---

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithgeom/lehre/ss19/la.html>

Sie erhalten zusätzlich 2 Punkte für das Ausfüllen des Online-Tests. Diese sind Teil der Pflichtwertung. Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

---

**Aufgabe 1.1:** Sei  $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{K})$ . Wir setzen

$$\langle x, y \rangle = \bar{x}^t A y.$$

In welchen Fällen handelt es sich um ein Skalarprodukt? **(7P)**

a)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$    b)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$    c)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$    d)  $\begin{pmatrix} 2 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$    e)  $\begin{pmatrix} 2 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 1.2:** Sei  $V \subset \mathbb{R}^4$  aufgespannt von  $(-3, -3, 3, 3)$ ,  $(-5, -5, 7, 7)$ ,  $(4, -2, 0, 6)$ . Finden Sie eine Orthonormalbasis von  $V$  bezüglich des Standardskalarproduktes auf  $\mathbb{R}^4$ . **(4P)**

**Aufgabe 1.3:** Seien  $a, b, c \in \mathbb{R}^2$  die Ecken eines rechtwinkligen Dreiecks, d.h.  $a - c \perp b - c$ . Zeigen Sie den Satz des Pythagoras: **(4P)**

$$\|a - c\|^2 + \|b - c\|^2 = \|a - b\|^2.$$

**Aufgabe 1.4:** Seien  $v, w \in \mathbb{R}^2$  zwei Vektoren ungleich 0. Sei  $\alpha$  die Öffnungswinkel zwischen  $v$  und  $w$ , und sei  $\beta$  die Öffnungswinkel zwischen  $v$  und  $-w$ . Zeigen Sie, dass  $\alpha + \beta = \pi$ . **(4P)**

**Bonus-Aufgabe 1.5:** Formulieren und beweisen Sie den Satz von der Winkelsumme im Dreieck. (Geben Sie verwendete Quellen an.) **(?P)**