1 Winkel

Mit Winkeln hast du schon zu tun gehabt.
Aus der Geometrie ist der rechte Winkel vom Quadrat und vom Rechteck bekannt.
Du kennst aber auch andere Winkel.

Der Begriff Winkel wird in vielen Situationen gebraucht.

Ein Flugzeug erreicht seine Flughöhe durch das Starten mit einem **Steigungswinkel**.

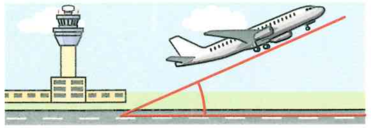


Fig. 1

Zwei Straßen kreuzen sich mit einem **Kreuzungswinkel**.

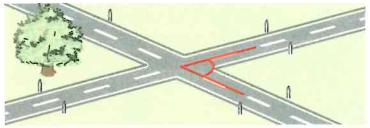


Fig. 2

Deiche an der Meeresküste baut man mit einem bestimmten **Böschungswinkel**.

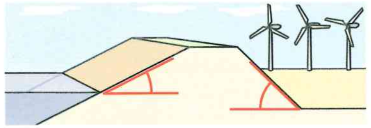


Fig. 3

Ein Dach besitzt einen **Neigungswinkel**.

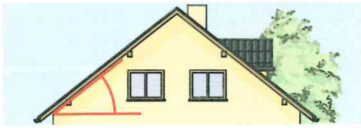


Fig. 4

Beim Fußball erfolgt der Torschuss innerhalb eines **Torwinkels**.

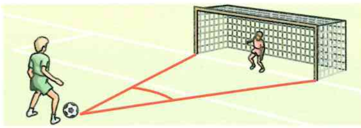


Fig. 5

Wechselnde Windrichtung zeigt der **Drehwinkel** der Wetterfahne an.

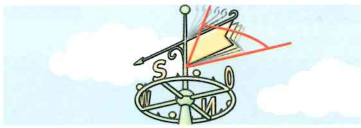


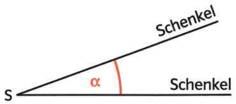
Fig. 6

Dies sind die ersten Buchstaben des griechischen Alphabets.

α	β
Alpha	Beta
γ	δ
Gamma	Delta

Ein **Winkel** wird von zwei Schenkeln mit gemeinsamen Anfangspunkt eingeschlossen.
Der gemeinsame Punkt heißt Scheitelpunkt S.

Winkel bezeichnet man mit griechischen Buchstaben
α – Alpha; β – Beta; γ – Gamma; δ – Delta.



Beispiel Winkel erkennen und zeichnen
Bei der Briefwaage zeigt ein Winkel das Gewicht des daran hängenden Briefes an.
a) Skizziere die Briefwaage und zeichne den Messwinkel ein.
b) Welche Bedeutung hat ein größerer oder kleinerer Messwinkel?
Lösung:
a) Siehe Fig. 1.
b) Wird der Messwinkel größer, so hängt ein größeres Gewicht an der Waage, wird der Winkel kleiner, so ist auch das Gewicht an der Waage kleiner (s. Fig. 1).

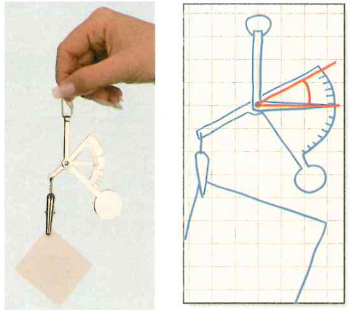


Fig. 1

Aufgaben

1 Im Auto werden wichtige Informationen an den Fahrer durch Drehwinkel angezeigt.
a) Welche Bedeutung haben die angezeigten Winkel?
b) Wie verändert sich der Winkel, wenn man mit dem Auto fährt?

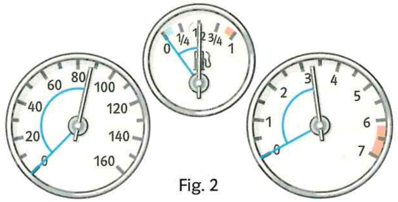


Fig. 2

2 Beim Handball grenzt die Torraumlinie den Bereich ab, der von den Feldspielern nicht betreten werden darf.
Entscheide, welche Wurfposition am günstigsten ist.
Begründe die Entscheidung mit dem Torwinkel. Stelle den Sachverhalt in einer Skizze dar.

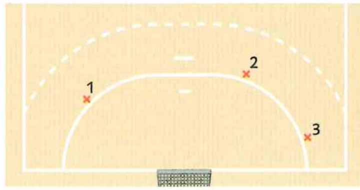


Fig. 3

3 Laura sieht die Höhe eines Turmes unter einem bestimmten Blickwinkel.
Wie ändert sich dieser Blickwinkel, wenn Laura auf den Turm zugeht bzw. sich vom Turm entfernt?

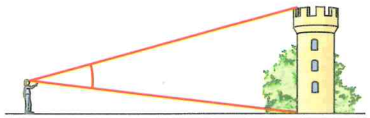


Fig. 4

4 Bei der Stoppuhr in Fig. 6 überstreicht der Zeiger in einer bestimmten Zeit einen Winkel.
a) Welche Zeiten gehören zu den dargestellten Winkeln in Fig. 5?
b) Zeichne die Stoppuhr mit einer Zeigerstellung für 20 Sekunden bzw. für 15 Sekunden. Markiere jeweils den eingeschlossenen Winkel.

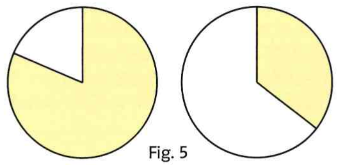


Fig. 5

Fig. 6

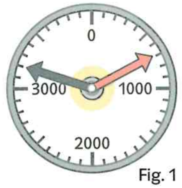


Fig. 1

5 Das Messgerät in Fig. 1 gibt das Fassungsvermögen eines Öltanks in Liter an. Der schwarze Zeiger zeigt den Füllstand bei der letzten Wartung des Tanks. Der rote Zeiger zeigt den aktuellen Inhalt an.
a) Wie viel Liter Öl wurden seit der letzten Wartung verbraucht?
b) Welcher Winkel veranschaulicht den Verbrauch, welcher den Füllstand?

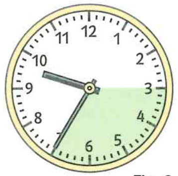
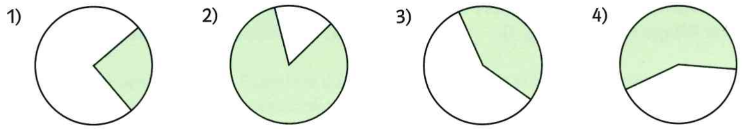
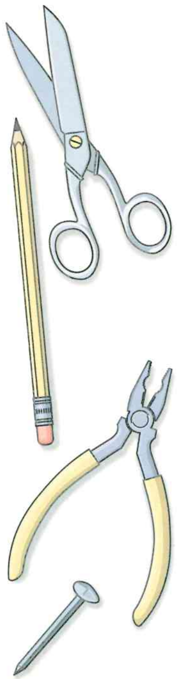


Fig. 2

6 Der große Zeiger der Uhr in Fig. 2 überstreicht in 20 Minuten den gefärbten Winkel.
a) Zeichne mehrere Uhr-Ziffernblätter in dein Heft und markiere den Winkel, den der große Zeiger in 10 Minuten, 25 Minuten und 40 Minuten überstreicht.
b) Welche Zeitspanne vergeht, wenn der große Zeiger die folgenden Winkel überstreicht?





7 Welche Bedeutung haben die Winkel für die auf dem Rand abgebildeten Gegenstände?
Suche nach weiteren Winkeln, die im Alltag eine Funktion erfüllen.

8 Ein Kugelstoßer braucht Kraft und muss die Technik des Stoßens beherrschen. Dabei achtet er besonders auf den Abstoßwinkel. Welchen Einfluss hat der Abstoßwinkel beim Kugelstoßen?

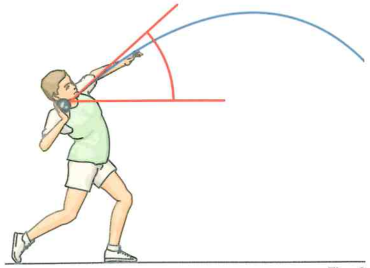


Fig. 3

9 **Schatzsuche**
Gehe von der alten Eiche aus 200 Meter in Richtung Norden. Ändere dann die Richtung nach Nord-Ost. Über die kleine Brücke am Fluss führt dich dein Weg gerade bis zum Waldrand. Im Westen sieht man die Wolfsschlucht liegen. Auf halbem Weg bis dorthin ist der Schatz vergraben.
a) Zeichne die Schatzkarte und veranschauliche den Weg. Wo ist der Schatz vergraben?
b) Beim Laufen muss man mehrmals die Richtung ändern. Zeichne die Winkel in deine Schatzkarte ein, durch die die Richtungsänderungen beschrieben werden.
Wie werden die Winkel im Text zur Schatzkarte beschrieben?

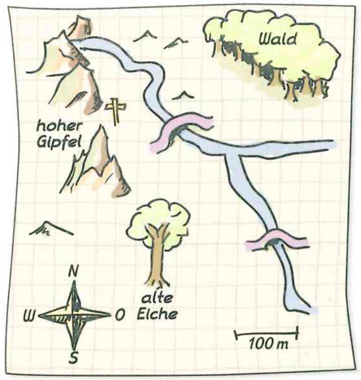
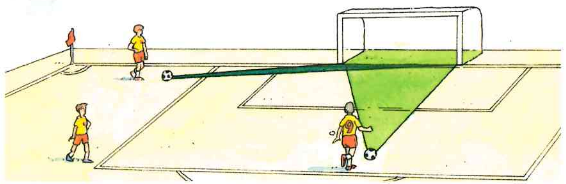


Fig. 4

2 Winkelweiten

Tor!!!

Das Tor zu treffen kann einfacher, schwierig oder fast unmöglich sein.



Zwei auf Papier gezeichnete **Winkel** kann man miteinander **vergleichen**, indem man sie übereinander legt. Beim größeren Winkel sind die beiden Schenkel weiter auseinander gedreht als beim kleineren Winkel. Die Länge der Schenkel hat keinen Einfluss auf die Größe des Winkels.
Um Winkel zu vergleichen, die nicht übereinander gelegt werden können, misst man deren **Weite**. Dazu wird ein Kreis vom Mittelpunkt aus in 360 gleiche Winkel geteilt. Die Weite eines solchen Winkels wird mit **1 Grad** (kurz: **1°**) bezeichnet.

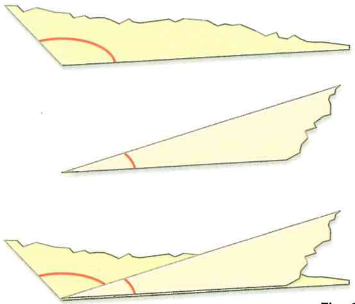


Fig. 2

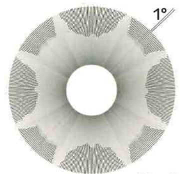


Fig. 1

Um die Weite eines beliebigen Winkels anzugeben, bestimmt man die Anzahl der kleinen 1°-Winkel die man in den Winkel einzeichnen könnte.

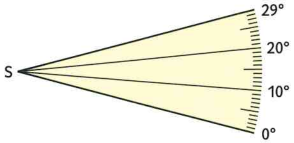


Fig. 3

Die Weite von Winkeln wird in Grad angegeben.
Ein Winkel von 1 Grad (kurz: 1°) entsteht, wenn ein Kreis in 360 gleiche Kreisausschnitte geteilt wird.

Oft spricht man auch von der Größe eines Winkels.

Beispiel 1 Winkel von Kreisausschnitten bestimmen
Welche Weite hat ein Winkel, der einen achtel Kreis, einen drei viertel Kreis überdeckt?
Lösung:
Der Winkel in Fig. 4 überdeckt einen achtel Kreis. Der gesamte Kreis hat 360°.
$\frac{1}{8}$ von 360° sind 45°.
Der Winkel in Fig. 5 überdeckt drei Viertel des Kreises. Der gesamte Kreis hat 360°.
$\frac{3}{4}$ von 360° sind 270°.

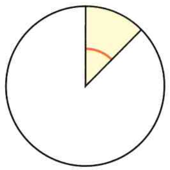


Fig. 4

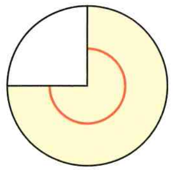


Fig. 5

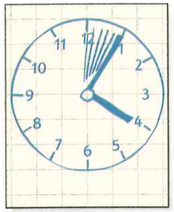


Fig. 2

Beispiel 2 Zeitspannen als Winkel
Die Uhr in Fig. 1 zeigt die Zeit 4 Uhr an.
a) Es vergeht eine Zeit von 5 Minuten. Welchen Winkel hat der große Zeiger überstrichen?
b) Wie groß ist der Winkel des gefärbten Bereiches zwischen kleinem und großem Zeiger?

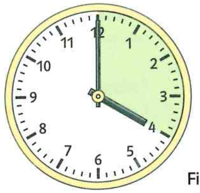


Fig. 1

Lösung:
a) 5 Minuten entsprechen $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ des Kreises.
$\frac{1}{12}$ von 360° sind 30°. Der Zeiger hat einen Winkel von 30° überstrichen (Fig. 2).
b) Der gefärbte Bereich des Kreises entspricht 4 Stunden.
Man erhält $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ des Kreises. $\frac{1}{3}$ von 360° sind 120°. Der Winkel ist 120° weit.

Aufgaben

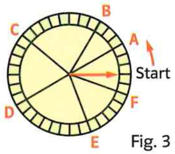


Fig. 3

1 Der abgebildete Kreis in Fig. 3 ist in gleich große Teile unterteilt.
a) Um wie viel Grad dreht sich der Zeiger, wenn er um ein Feld weiterrückt?
b) Der Zeiger soll jeweils von „Start" aus nach A, B … F gedreht werden. Welchen Winkel überstreicht der Zeiger dabei?

2 Der Programmwahlknopf einer Waschmaschine (Fig. 4) wird geschaltet.
a) Um welchen Winkel dreht sich der Schalter, wenn man ihn um eine Schalterstellung dreht?
b) Der Schalter wird von Start aus in Uhrzeigerrichtung auf die Position „Buntwäsche 30" gedreht. Um wie viel Grad wird er gedreht?
c) Um wie viel Grad muss man den Schalter drehen, wenn die Maschine von „Wolle 40" auf „Pflegeleicht 60" geschaltet wird?
d) Der Schalter steht auf „Wolle kalt" und wird um 60° in Uhrzeigerrichtung gedreht. Welches Waschprogramm läuft?

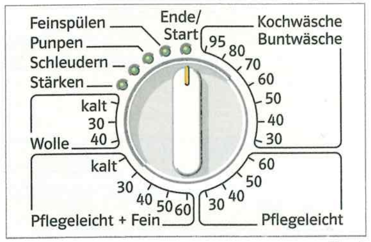


Fig. 4

3 a) Der Wind kommt von Westen (W). Die Windrichtung dreht über Nord-West (NW) nach Norden (N). Um wie viel Grad hat sich der Wind gedreht?
b) Der Wind dreht sich von Süd (S) über Ost (O) nach Nord-Ost (NO). Um wie viel Grad hat sich der Wind gedreht?
c) Um wie viel Grad dreht der Wind, wenn er von Süd-Ost (SO) über Süd (S) nach West-Süd-West (WSW) dreht.
d) Der Wind kam aus Süd-Süd-West und hat sich um 135° Richtung Westen gedreht. Aus welcher Windrichtung bläst er jetzt?

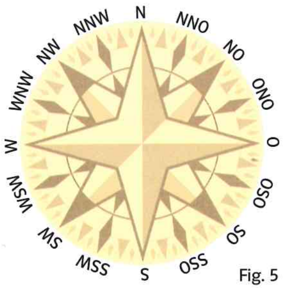
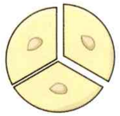
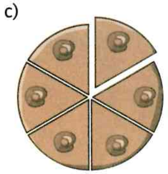


Fig. 5

4 Die Torte ist in gleiche Teile zerschnitten. Welche Weite hat der Winkel?
a)

b)

c)


Bist du sicher?

1 Auf dem Bild sieht man den Schalter einer Mikrowelle.
a) Der Schalter soll um 45° nach links gedreht werden. Welche Einstellung der Mikrowelle wird dabei erreicht?
b) Der Schalter wird von der Auftaustellung auf 800 W geschaltet. Um welchen Winkel muss man ihn drehen?

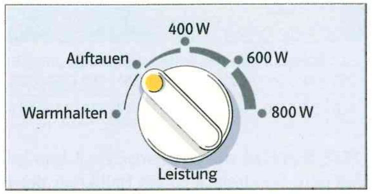


Fig. 1

2 Zeichne eine Uhr mit der Zeit 9.30 Uhr ins Heft.
a) Welchen Winkel bilden Stunden- und Minutenzeiger?
b) Es vergeht die Zeit von 4 Stunden und 30 Minuten. Um welchen Winkel hat sich der kleine Zeiger der Uhr gedreht?

5 Viele Gegenstände müssen sich aufgrund ihrer Funktion drehen. Dabei ergibt sich nach einer kurzen Drehung das Ausgangsbild wieder. Wie groß ist der Winkel, um den der Gegenstand gedreht wird, damit das Ausgangsbild entsteht?
a)

b)

c)


6 Auf einer Wendeltreppe hat man nach 20 Stufen eine Umdrehung gemacht. Um wie viel Grad dreht man sich
a) bei einem Schritt auf die nächste Stufe,
b) wenn man fünf Stufen hochsteigt?

7 Die dargestellte Skala (Fig. 2) soll so angepasst werden, dass sie als Anzeige eines Messgerätes dient
a) für einen Wasserbehälter von 40 Liter,
b) für eine Briefwaage bis 200 g.
Zeichne die Skala in dein Heft. Welche Bedeutung hat ein überstrichener Winkel von 135°?

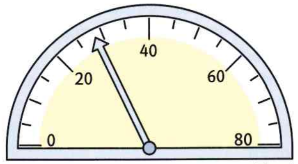
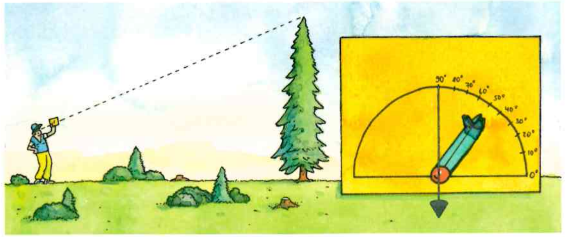


Fig. 2

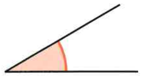
3 Messen und Zeichnen von Winkeln zwischen 0° und 180°



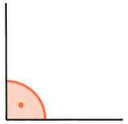
Die Winkelpeilscheibe
Baue eine Scheibe mit Halbkreis, Zeiger und Lot. Über die Heftklammer und die Spitze wird ein Baum angepeilt.
Dabei muss das Lot über der Heftklammer hängen, damit die Scheibe gerade gehalten wird. Der Peilwinkel wird markiert.
Bei einer Entfernung von 10 m zum Baum kann mit der Tabelle die Baumhöhe bestimmt werden.

Winkel	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°
Höhe in m	1,8	2,7	3,6	4,7	5,8	7,0	8,4	10	12	14,3	17,3	21,4	27,5

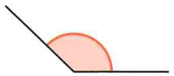
Die Tabelle gilt für 10 m Entfernung vom Objekt.



0° bis 90°
spitzer Winkel

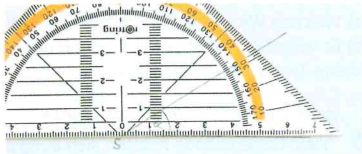


90°
rechter Winkel

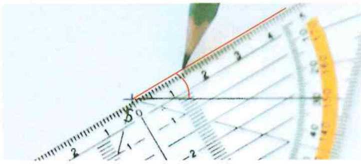


90° bis 180°
stumpfer Winkel

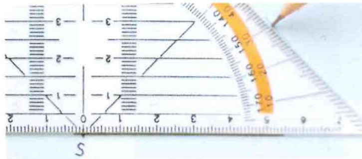
Auf dem Geodreieck ist ein Halbkreis, der in 180 gleiche Teile unterteilt ist, aufgetragen. Deshalb kann man mit dem Geodreieck Winkelweiten messen.
Zum **Messen der Winkelweiten** wird die Grundseite des Geodreiecks an einen Schenkel des Winkels angelegt, sodass die Nullmarke im Scheitelpunkt liegt. Am zweiten Schenkel wird auf der Skala die Winkelweite abgelesen. Man benutzt die Skala, bei der vom ersten zum zweiten Schenkel die Werte immer größer werden.



Zum **Zeichnen eines Winkels** mit vorgegebener Weite (30°) wird zuerst ein Schenkel und der Scheitelpunkt des Winkels gezeichnet. Für das Zeichnen des zweiten Schenkels gibt es zwei Möglichkeiten:

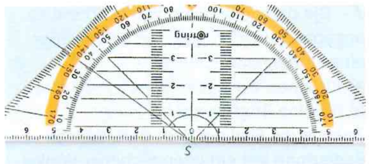


1. Drehen des Geodreiecks, dabei liegt die 30°-Markierung auf dem ersten Schenkel.

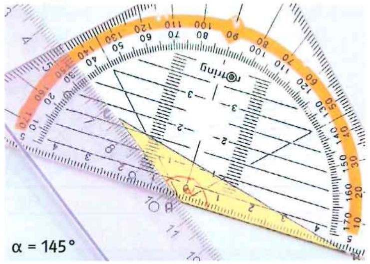


2. Markieren der Weite, dabei liegt die Grundseite auf dem Schenkel.

Messen und Zeichnen mit dem Geodreieck
1. Das Dreieck liegt mit der Grundseite auf einem Schenkel des Winkels.
2. Nullmarke liegt auf dem Scheitelpunkt.
3. Der andere Schenkel verläuft durch den Punkt auf der Skala, der die Winkelweite angibt.



Beispiel 1 Winkel messen
Miss die Weite des Winkels α in Fig. 1.
Lösung:



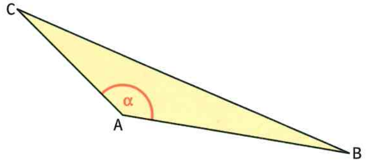
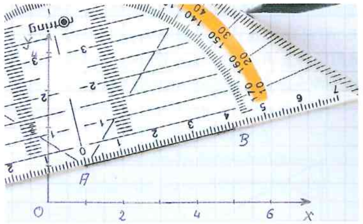


Fig. 1

Zum Messen ist der Schenkel des Winkels zu kurz, deshalb wird er mit dem Lineal verlängert.

Beispiel 2 Winkel zeichnen
Zeichne einen Winkel von 30° mit $\overline{AB}$ als Schenkel und A als Scheitelpunkt: A(1|1), B(5|2).
Lösung:



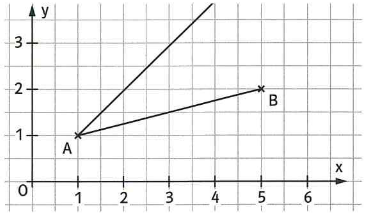


Fig. 2

Aufgaben

1 Miss die Winkel α, β, γ und δ der Fig. 3.

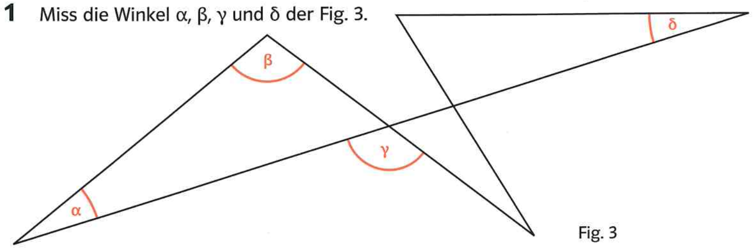


Fig. 3

2 Zeichne Winkel mit den Weiten 15°; 30°; 55°; 76°; 110°; 142° und 178°.

3 Übertrage das Dreieck aus Fig. 4 in dein Heft.
a) Bezeichne die Winkel mit griechischen Buchstaben.
b) Miss die Weite der Winkel.

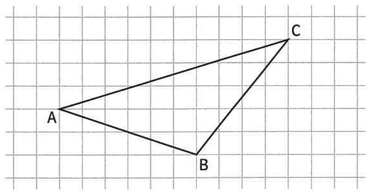


Fig. 4

4 a) Entscheide nur durch Schätzen, welche der angegebenen Gradzahlen auf die Winkel in Fig. 1 zutreffen.
16°; 51°; 90°; 42°; 112°; 5°; 27°; 77°; 110°
b) Miss die Weite der Winkel. Vergleiche mit den Schätzungen.

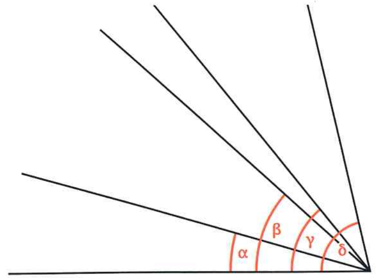


Fig. 1

5 Zeichne ohne zu messen nur durch Abschätzen einen Winkel, der ungefähr die angegebene Weite hat. Dein Partner misst die wirkliche Weite des Winkels und berechnet die Abweichung.

a)

verlangte Weite	45°	30°	135°	10°	90°
gezeichnete Weite					
Abweichung					

b)

verlangte Weite	56°	120°	7°	153°	98°
gezeichnete Weite					
Abweichung					

6 Trage in ein Koordinatensystem die Punkte S und A ein. Zeichne einen Winkel mit dem Scheitel S und der Weite α, bei dem ein Schenkel durch den Punkt A geht.
a) $S(3|1)$; $A(7|3)$; $\alpha = 50°$ b) $S(6|7)$; $A(1|2)$; $\alpha = 175°$
c) $S(5|5)$; $A(10|1)$; $\alpha = 5°$ d) $S(5|5)$; $A(0|1)$; $\alpha = 102°$

Bist du sicher?

1 Übernimm die Zeichnung aus Fig. 2 ins Heft. Bestimme die Weite der Winkel.

2 Zeichne Winkel der Weite 12°; 33°; 127°; 8° mit gemeinsamem Scheitel aneinander. Welcher Gesamtwinkel entsteht?

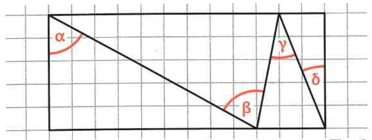


Fig. 2

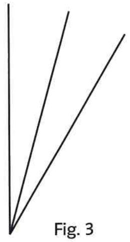
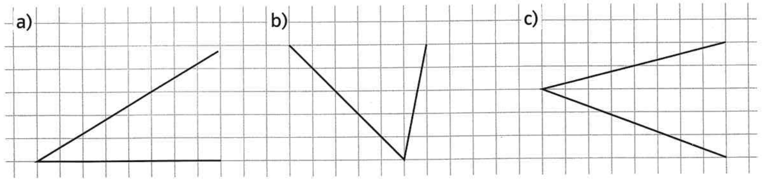


Fig. 3

7 In der angefangenen Figur sind zwei gleiche Winkel vorgegeben. Vervollständige die Figur, sodass neun solcher Winkel aneinander gereiht sind. Miss den Gesamtwinkel.

8 Zeichne die Strecke $\overline{AB}$. Trage im Punkt A den Winkel α und im Punkt B den Winkel β so an, dass ein Dreieck entsteht. Miss den dritten Winkel γ des Dreiecks.
a) $\overline{AB} = 6\,cm$; $\alpha = 30°$; $\beta = 70°$ b) $\overline{AB} = 4\,cm$; $\alpha = 25°$; $\beta = 125°$
$\overline{AB} = 6\,cm$; $\alpha = 20°$; $\beta = 50°$ $\overline{AB} = 9\,cm$; $\alpha = 12°$; $\beta = 62°$

9 Übertrage den Winkel ins Heft. Bestimme die Weite des Winkels. Zeichne eine Gerade in den Winkel ein, sodass der Winkel halbiert wird.



10 Bestimme die Weite der einzelnen Winkel in Fig. 1. Jeweils benachbarte Winkel können auch zu einem Winkel zusammengefasst werden. Welche Winkel gibt es und welche Weite haben diese Winkel?

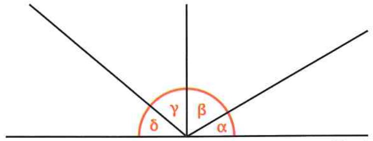


Fig. 1

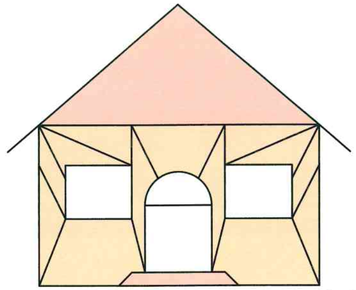


Fig. 2

11 Suche nach Winkeln mit der Weite 26° in dem gezeichneten Fachwerkhaus in Fig. 2. Wie viele Winkel findet man? Wo sind sie alle versteckt?

12 Verkehrsschilder geben die Steigung oder das Gefälle einer Straße an. 10 % bedeutet, dass die Straße auf 100 m einen Höhenunterschied von 10 m hat.
a) Der Steigungswinkel von 10 % soll durch Zeichnen und Messen bestimmt werden. Zeichne dazu ein Dreieck, bei dem 1 cm auf dem Blatt 10 m entsprechen.
b) Steile Straßen im Gebirge haben eine Steigung von 16 %. Bestimme den Steigungswinkel.
c) Der Skihang hat ein Gefälle von 40 %. Bestimme den Abfahrtswinkel für die Skifahrer.

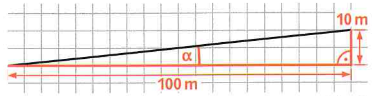


Fig. 3

Fig. 4

Kannst du das noch?

13 Gib die gefärbten Anteile der Figur als Bruch und in Prozentschreibweise an.

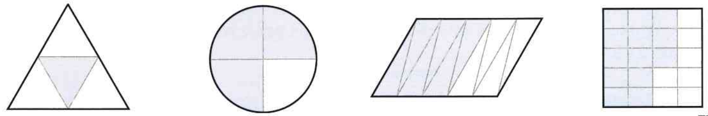


Fig. 5

14 Sara kauft sich einen Hund, der 120 € kosten soll. Ein Viertel des benötigten Geldes gibt ihre Oma. 50 % des Preises zahlen die Eltern. Beim Händler bekommt sie noch einen Rabatt, sodass sie nur 24 € von ihrem ersparten Taschengeld dazulegen muss.
a) Wie viel Geld erhält Sara von der Oma und von den Eltern?
b) Wie viel Prozent Rabatt hat Sara vom Händler beim Kauf des Hundes erhalten?

15 Berechne und gib das Ergebnis in vollständig gekürzten Brüchen an.
a) $\frac{7}{5} + \frac{3}{5}$ b) $\frac{24}{7} - \frac{10}{7}$ c) $\frac{4}{8} + \frac{5}{12}$ d) $\frac{7}{3} - \frac{2}{9}$ e) $\frac{9}{20} - \frac{3}{8}$

4 Zeichnen und Messen von beliebigen Winkeln

Der Lichtkegel eines Leuchtturms überstreicht den Bereich der Küste. An der Länge von Hell- und Dunkelzeiten kann der Seefahrer erkennen, um welchen Leuchtturm es sich handelt, und seine Position auf See bestimmen.

An Häuserecken, Treppenstufen, aber auch an anderen Gegenständen sieht man häufig Winkel, die größer als die bis jetzt gemessenen oder gezeichneten Winkel sind.
Auch Winkel größer als 180° können mit dem Geodreieck gemessen und gezeichnet werden. Um einen Winkel mit der Weite 210° zu zeichnen, gibt es zwei Möglichkeiten:

1. Man zeichnet zu einem 180°-Winkel noch einen 30°-Winkel dazu.
180° + 30° = 210°

2. Man zeichnet den Winkel, der den 210°-Winkel zum 360°-Winkel ergänzt.
360° − 210° = 150°

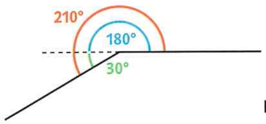


Fig. 1

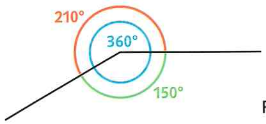


Fig. 2

Durch drei Punkte A, B, C sind zwei Winkel festgelegt. Um anzugeben, welcher der Winkel gemeint ist, benutzt man die Reihenfolge der Punkte bei der Bezeichnung (∢ABC oder ∢CBA). Der mittlere Punkt B ist der Scheitelpunkt des Winkels. Dreht man den Schenkel, auf dem der erste Punkt liegt, entgegen der Uhrzeigerdrehrichtung auf den anderen Schenkel, so wird der bezeichnete Winkel überstrichen. Der rote Winkel wird mit ∢ABC und der blaue mit ∢CBA bezeichnet.

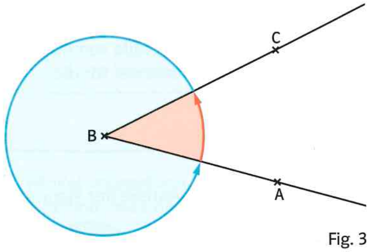
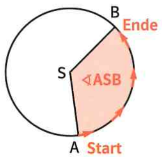
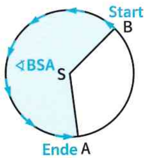


Fig. 3

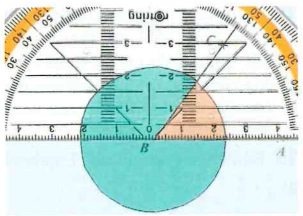
Entgegengesetzt zur Uhrzeigerdrehrichtung ist die mathematisch positive Drehrichtung.





Durch einen Scheitelpunkt und zwei Schenkel sind zwei Winkel festgelegt. Einer von beiden ist nicht größer als 180°. Dieser lässt sich mit dem Geodreieck zeichnen.
Durch die Reihenfolge der Punkte bei der Bezeichnung kann man die Winkel unterscheiden.

rot ∢ABC = 53°
blau ∢CBA = 360° − 53° = 307°



Um die Zusammensetzung einer Klasse aus Jungen und Mädchen zu veranschaulichen, können so genannte **Kreisdiagramme** verwendet werden. Dabei wird der Winkel von 360° je nach Anteil der Mädchen und Jungen an der Klassenstärke aufgeteilt. Die entstehenden Kreisausschnitte veranschaulichen die Zusammensetzung der Klasse.
Eine Klasse aus 18 Mädchen und 12 Jungen besteht aus folgenden Anteilen:

$\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$: $\frac{3}{5}$ der Schüler sind Mädchen,

$\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$: $\frac{2}{5}$ der Schüler sind Jungen.

Für das Kreisdiagramm werden die 360° aufgeteilt:

Mädchen: $\frac{3}{5}$ von 360° sind 216°.

Jungen: $\frac{2}{5}$ von 360° sind 144°.

Das Kreisdiagramm in Fig. 1 veranschaulicht die Zusammensetzung dieser Klasse.

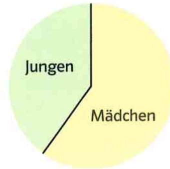
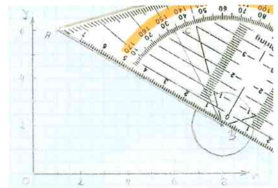


Fig. 1

Beispiel 1 Winkel größer als 180°
Zeichne den Winkel ∢ABC mit den Punkten A(1|6); B(8|2) und C(6|6) in ein Koordinatensystem. Bestimme die Weite des Winkels.
Lösung:
Der Scheitelpunkt ist B. Die Schenkel des Winkels werden jeweils durch A und C gezeichnet. Den richtigen Winkel markieren.

1. Variante	2. Variante
Ablesewert: 147°	Ablesewert: 33°
∢ABC = 180° + 147°	∢ABC = 360° − 33°
= 327°	= 327°



Beispiel 2 Kreisdiagramm
An einem Tag wurden die Schülerinnen und Schüler der Klasse 6a befragt, mit welchem Verkehrsmittel sie zur Schule gekommen sind. Die Tabelle zeigt das Umfrageergebnis. Zeichne ein Kreisdiagramm.
Lösung:
Gesamtschülerzahl: 30
Winkel pro Schüler: 360° : 30 = 12°
Winkel für das Kreisdiagramm siehe Fig. 2.

Verkehrsmittel	Personenzahl
Bahn	3
Bus	11
Fahrrad	10
Zu Fuß	6

Verkehrsmittel	Winkel
Bahn	3 · 12° = 36°
Bus	11 · 12° = 132°
Fahrrad	10 · 12° = 120°
Zu Fuß	6 · 12° = 72°

Fig. 2

Aufgaben

1 Schätze zuerst und miss dann die Winkel mit dem Geodreieck.

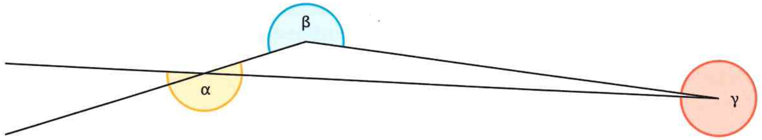


Fig. 3

2 Übertrage die Figur 1 in dein Heft.
a) Trage mit farbigen Kreisbögen die Winkel ein und miss deren Weite.
∢ ABC; ∢ CDA; ∢ ACD; ∢ CAD; ∢ DAC
b) Gib α und β mithilfe von Punkten an. Bestimme die Weite der Winkel.

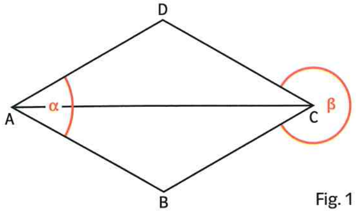
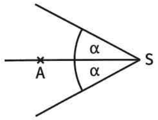


Fig. 1

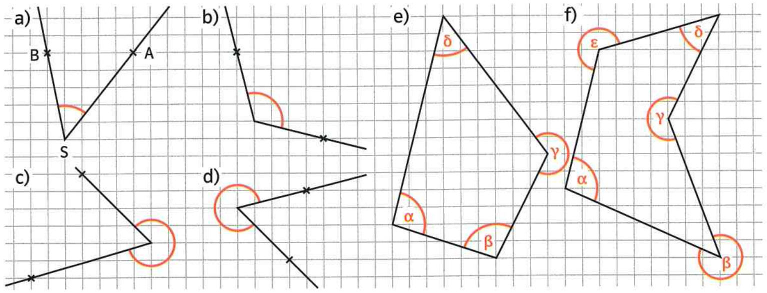
3 Zeichne den Winkel
a) $\alpha = 156°$, b) $\alpha = 235°$,
c) $\alpha = 324°$, d) $\alpha = 194°$.



Hier gibt es immer zwei Möglichkeiten, eine genügt.

4 Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte S und A. Verbinde die Punkte miteinander und verlängere die Strecke über den Punkt A hinaus. Zeichne in S beginnend einen zweiten Schenkel, sodass der Winkel α entsteht.
a) S(3|1); A(7|3); $\alpha = 157°$ b) S(7|4); A(1|9); $\alpha = 280°$
c) S(5|5); A(10|1); $\alpha = 265°$ d) S(5|5); A(0|1); $\alpha = 310°$

5 Übertrage die Figur in dein Heft. Miss die markierten Winkel.



6 Zeichne nur durch Abschätzen ohne Verwendung eines Winkelmessers einen Winkel, der ungefähr die angegebene Weite hat. Dein Partner misst die wirkliche Weite des Winkels und berechnet die Abweichung.

verlangte Weite	75°	95°	30°	260°	350°
gezeichnete Weite					
Abweichung					

7 Zeichne jeweils ein Kreisdiagramm mit folgenden Winkeln.
a) 9°; 140°; 145°; 66° b) 4°; 45°; 105°; 206°
c) Lass deinen Partner ein Kreisdiagramm zeichnen. Gib ihm dazu vier Winkel vor. Was musst du beachten?

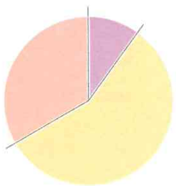


Fig. 2

8 Miss die Winkel im Kreisdiagramm (Fig. 2).
a) Welche Anteile werden durch die einzelnen Kreisausschnitte dargestellt?
b) Erfinde eine Situation, die zu dem Kreisdiagramm passt.

9 Auf einem Reiterhof sind 30 Pferde untergestellt. Davon sind 6 Rappen, 2 Schimmel, 18 Braune und 4 Füchse.
Zeichne ein Kreisdiagramm mit dem Radius 4 cm.

Bist du sicher?

1 Gib die gekennzeichneten Winkel mithilfe der Eckpunkte an. Miss die Weite der Winkel.

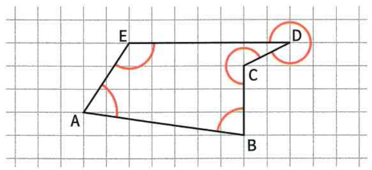


Fig. 1

2 In der Klasse 6b sind 30 Schülerinnen und Schüler. In dieser Woche haben 15 Schokomilch und 10 Vanillemilch für die Frühstückspause bestellt.
a) Fertige für diese Woche eine Tabelle an. Wie viele Kinder trinken keine Milch?
b) Veranschauliche den Sachverhalt in einem Kreisdiagramm.

10 Stelle die angegebenen Anteile in einem Kreisdiagramm mit dem Radius 5 cm dar.
a) $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{15}$ b) $\frac{1}{3}$; $\frac{7}{15}$, □. Bestimme den fehlenden Anteil selbst.

11 Im Deckel eines Camembert-Käses befand sich der Hinweis auf die Geschmacksentfaltung des Käses.
a) Welcher Fehler wurde beim Darstellen in der gewählten Diagrammform gemacht?
b) Zeichne ein Diagramm, welches den zeitlichen Verlauf der Käsereifung besser darstellt.
c) Welche Gründe könnten zur Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Käsereifung in der abgebildeten Form geführt haben?

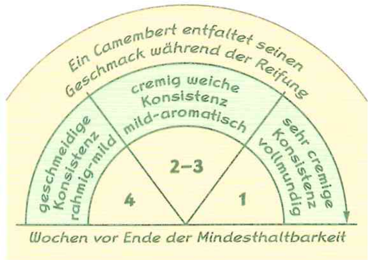


Fig. 2

12 Zum Basteln
a) Baue aus zwei Kreisen mit 5 cm Radius eine Winkelscheibe (s. Fig. 3).
Hinweis: Wenn du auf der Rückseite der gelben Scheibe eine Winkelskala in 10°-Schritten abträgst, dann kann man die Weite eines eingestellten blauen Winkels schnell ablesen.
b) Stelle unterschiedlich große Winkel ein. Lass deinen Partner bei zehn Winkeln nacheinander die Winkelweite schätzen. Dann tauscht ihr die Rollen. Ein Schätzwert kann als richtig gelten, wenn er auf 10° genau angegeben wurde.

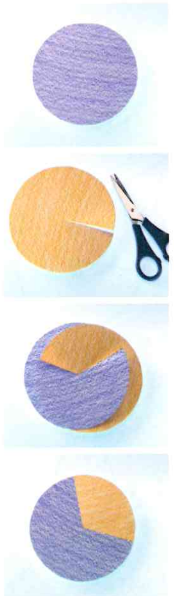


Fig. 3

Kannst du das noch?

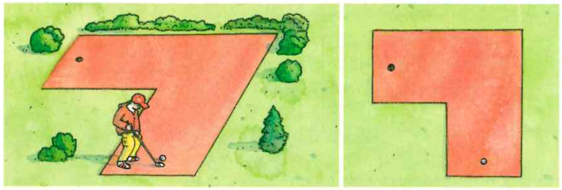
13 Berechne im Kopf.
a) 7 · (–3) b) –120 : 10 c) 6 · (–4) d) 135 : (–9) e) 20 · (–12)

14 a) □ · (–4) = 32 b) 12 + □ = –84 c) –54 : □ = 9 d) □ – 13 = –5

15 Beachte die Reihenfolge beim Rechnen.
a) 12 + 3 · (–7) b) –42 : 6 – 13 c) 12 · (–3) : (–53 + 49) d) 7 – 10 · (4 + (–3))

16 Schreibe eine Rechenaufgabe auf, bei der acht Zahlen zu multiplizieren sind und ein negatives Ergebnis heraus kommt.

5 Entdeckungen mit Winkeln



Um zu gewinnen, möchte Max die Kugel mit einem Schlag einlochen.

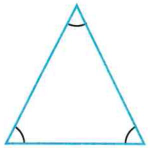


Fig. 1

Betrachtet man eine ausgewählte Figur, so gewinnt man häufig **Vermutungen** über die Winkel in der Figur. Bei Dreiecken mit zwei gleich langen Seiten wie in Fig. 1 vermutet man, dass alle drei Winkel gleich groß sind. Ob dies für alle solche Dreiecke gilt, muss untersucht werden.
Die **typischen Eigenschaften** der zu untersuchenden Figuren dürfen dabei nicht verändert werden. Hier sind die zwei gleich langen Seiten die typische Eigenschaft. Um das Verhalten der Winkel zu erkunden, werden nacheinander alle möglichen **Veränderungen** betrachtet. Achtung, die typischen Eigenschaften dürfen aber nicht verändert werden! In Dreiecken mit zwei gleich langen Seiten kann die dritte Seite, die Grundseite, verlängert oder verkürzt werden …

*Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten nennt man ein **gleichschenkliges Dreieck**.*

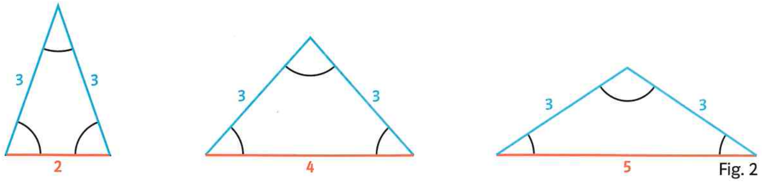


Fig. 2

… oder die beiden gleich langen Seiten gleichzeitig vergrößert oder verkürzt werden.

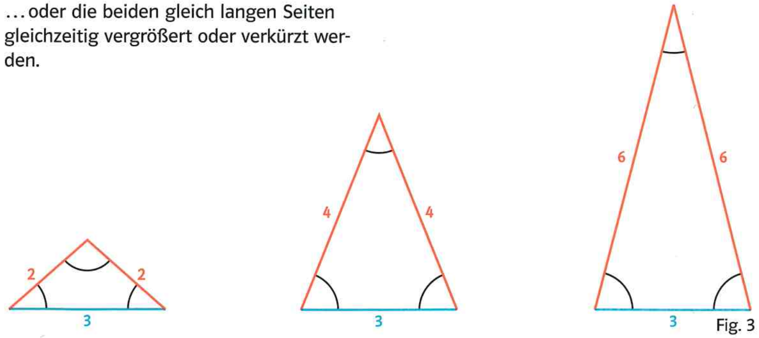


Fig. 3

Auf den Bildern sieht man, dass die beiden Winkel an der Grundseite gleich groß sind. Der Winkel, welcher nicht der Grundseite gegenüberliegt, hat nicht in allen Fällen dieselbe Weite wie die beiden anderen Winkel.
Als **Erkenntnis** lässt sich festhalten: Bei einem Dreieck mit zwei gleich langen Seiten sind nur die Winkel an der dritten, verschieden langen Seite, immer gleich groß.

Beim Entdecken von Eigenschaften für Winkel geht kann man wie folgt vor:
1. Betrachte eine besondere Figur und stelle eine Vermutung über die Winkel auf.
2. Formuliere die typischen Eigenschaften der Figur, die nicht verändert werden dürfen.
3. Verändere mehrfach die Figur. Behalte die typischen Eigenschaften bei.
4. Kontrolliere, ob die Vermutung bei allen Figuren zutrifft.
5. Formuliere die Erkenntnis mit Worten.

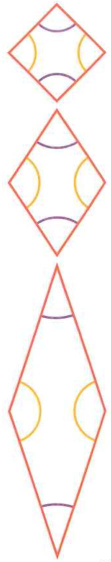


Fig. 2

Beispiel Entdeckungen an der Raute
Untersuche die Winkel in einer Raute.
Lösung:
Vermutung:
Die gegenüberliegenden Winkel in der Raute sind gleich groß.
Typische Eigenschaften:
Alle Seiten der Figur sind gleich lang und gegenüberliegende Seiten sind parallel.
Veränderung der Figur:
Die vier Seitenlängen der Raute werden gleichmäßig vergrößert (Fig. 2).
Die jeweils gegenüberliegenden Winkel ändern sich in der gleichen Weise.
Erkenntnis: In einer Raute sind die gegenüberliegenden Winkel gleich groß.

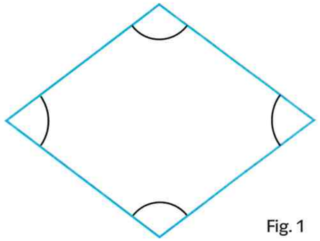


Fig. 1

Aufgaben

1 Überprüfe die Vermutung: Bei Rechtecken halbieren die Diagonalen die Eckwinkel.

2 Zeichne in ein Rechteck die Diagonalen ein. Untersuche die Schnittwinkel der Diagonalen.

3 In einem Kreis sind die Punkte A und B die Endpunkte eines Durchmessers. Ein Punkt S, der nicht auf dem Durchmesser liegt, wird mit A und B verbunden, sodass ein Winkel $\sphericalangle$ ASB entsteht (Fig. 3). Der Punkt S kann innerhalb des Kreises, auf dem Kreis oder außerhalb des Kreises liegen. Es entstehen unterschiedlich große Winkel. Untersuche die Winkel für unterschiedliche Positionen des Punktes S.

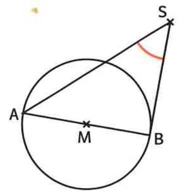


Fig. 3

4 Petra behauptet: Ich kann Winkel, ohne den Winkelmesser zu benutzen, halbieren. Dazu zeichne ich eine Verbindungslinie zwischen den beiden Schenkeln und halbiere diese. Verbindet man den Scheitelpunkt S mit dem Mittelpunkt M dieser Strecke, so halbiere ich den Winkel.
a) Schau dir die Skizze in Fig. 4 an. Prüfe die Behauptung von Petra.
b) Wie muss man die Punkte auf dem Schenkel wählen, damit die Behauptung von Petra stimmt?
c) Maria denkt: Man kann den Winkel vielleicht auch durch eine Dreiteilung der Strecke $\overline{AB}$ in drei gleiche Winkel teilen. Überprüfe die Überlegung von Maria.

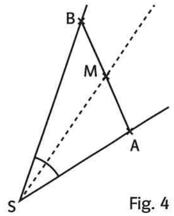


Fig. 4

6 Kreisfiguren

Nordrose der Kathedrale Notre-Dame in Paris

Der Kreis als regelmäßige Figur ohne Ecken und Kanten bewegt seit vielen tausend Jahren die Aufmerksamkeit von Betrachtern. Als Mandala, als Kirchenfenster und als Verzierung an Schmuckstücken findet man ihn häufig. Er bildet auch die Grundlage für viele regelmäßige Figuren.

Beim Zeichnen von regelmäßigen Kreisfiguren werden 360° gleichmäßig aufgeteilt. Es entstehen gleich große **Kreisausschnitte** als Grundlage der Kreisfigur.
In Fig. 1 ist der Kreis in sechs gleiche Teile zerlegt. Es entsteht ein **Mittelpunktswinkel** von $360° : 6 = 60°$ mit dem Mittelpunkt als Scheitelpunkt. Durch das Verbinden der Eckpunkte entsteht das Sechseck in Fig. 2.

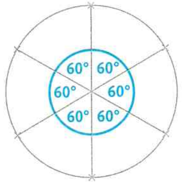


Fig. 1

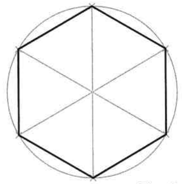


Fig. 2

Eckenzahl	Winkel
3	120°
4	90°
5	72°
6	60°
8	45°
9	40°
10	36°

Durch die gleichmäßige Aufteilung des 360°-Winkels im Kreismittelpunkt wird der Kreis in gleich große Ausschnitte geteilt.

Beim regelmäßigen 10-Eck beträgt der Mittelpunktswinkel $360° : 10 = 36°$.

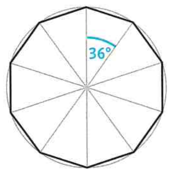


Fig. 3

Beispiel Mittelpunktswinkel und Grundstruktur einer Kreisfigur
a) Wie ist das Kirchenfenster aufgeteilt? Wie groß ist der Mittelpunktswinkel?
b) Zeichne die Grundstruktur des Fensters.
Lösung:
a) Das Fenster besteht aus fünf gleichen Teilen.
Mittelpunktswinkel: $360° : 5 = 72°$
b)

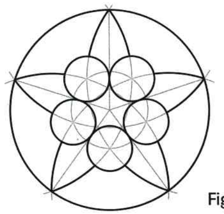


Fig. 4

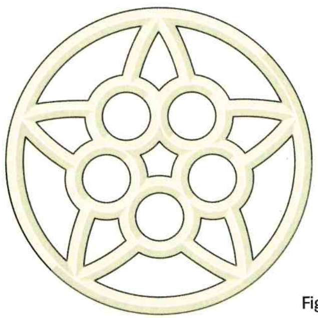


Fig. 5

Aufgaben

1 Zeichne die Sterne in dein Heft.

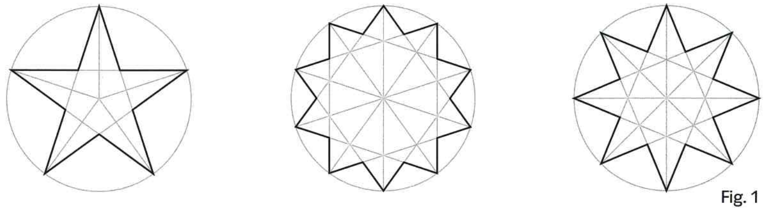


Fig. 1

2 Die Figur besteht aus 150°-Winkeln und 3 cm langen Strecken. Übernimm die Figur ins Heft und zeichne sie weiter. Wenn man genau zeichnet, so schließt sich der Bogen zu einer Kreisfigur.
a) Schätze die Anzahl der Ecken der vollständigen Kreisfigur.
b) Welcher Mittelpunktswinkel der Kreisfigur entsteht?
c) Zeichne auch Figuren für Winkel von 140°; 108° und 135°.

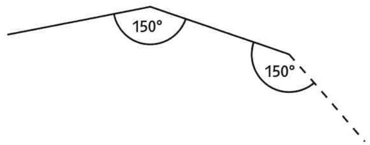
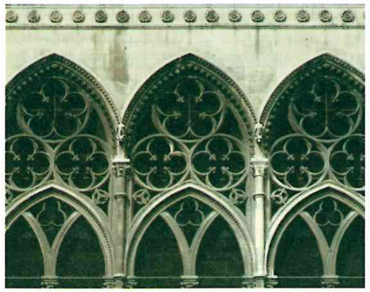
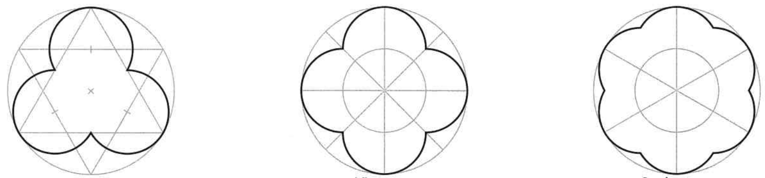


Fig. 2

3 In Kirchen und alten Klöstern findet man besonders gestaltete Fenster, in denen Kreise und Kreisfiguren zu finden sind. Nach der Anzahl der inneren Kreise nennt man diese Formen Dreipass, Vierpass und Sechspass.
a) Zeichne die Grundfiguren ins Heft.
b) Entwirf mit den Grundfiguren ein eigenes Kirchenfenster.





Dreipass Vierpass Sechspass

Fig. 3

4 Mandalas zeichnen und ausmalen, ist eine alte indische Form sich zu konzentrieren und Ruhe zu finden. Dabei steht der Kreis durch seine Form ohne Anfang und Ende für das Symbol der Mitte.
a) Zeichne die Form des Mandalas auf ein großes Blatt ab und male es bunt aus.
b) Entwirf eigene Mandalas.

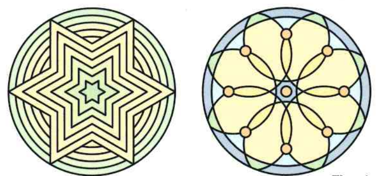


Fig. 4

1 In der Klasse 6b wurde eine Umfrage durchgeführt. Jeder sollte angeben, für welches Unterrichtsfach er zu Hause die meiste Zeit aufwenden muss. Das Diagramm in Fig. 1 zeigt die Ergebnisse der Umfrage.

a) Stelle die Ergebnisse in Form einer Tabelle dar.
b) Wie viele Schüler sind in der Klasse?
c) Fertige zur Darstellung der Ergebnisse ein Kreisdiagramm an.
d) Führe eine entsprechende Umfrage in deiner Klasse durch. Stelle die Ergebnisse übersichtlich dar. Schreibe dazu einen Artikel für die Schülerzeitung.

Sind Hausaufgaben wichtig?

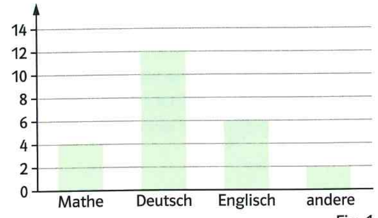


Fig. 1

2 Wenn man ohne den Kopf zu drehen geradeaus schaut, so überblickt man vor sich einen bestimmten Bereich.
Die Größe dieses Sehfeldes wird durch den Sehwinkel beschrieben. Unterschiedliche Lebewesen haben unterschiedlich große Sehwinkel.

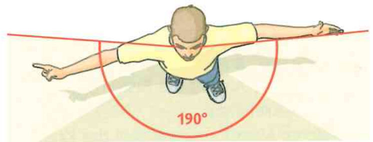
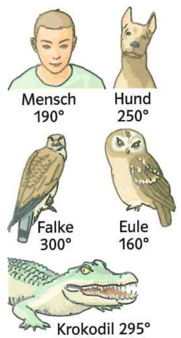


Fig. 2



a) Fertige eine Zeichnung an, in der die Sehwinkel miteinander verglichen werden.
b) Bestimme deinen eigenen Sehwinkel. Stelle dich dazu auf einen Punkt und fixiere mit den Augen einen Gegenstand. Bitte eine Mitschülerin oder einen Mitschüler, erst von links und dann von rechts einen Gegenstand in deinen Sehbereich hinein zu bewegen. Markiere jeweils mit einem Punkt die Stelle, an der du den Gegenstand zum ersten Mal erkennen kannst. Miss den Sehwinkel, der durch die Punkte bestimmt wird. Benutze dazu das große Geodreieck von deinem Lehrer.

3 Um Windenergie nutzbar zu machen wird die „geradlinige" Bewegung der Luft in eine Drehbewegung umgewandelt. Dazu nutzt man das Prinzip einer Windmühle, welches bereits im Altertum bei den Römern bekannt war. Durch die regelmäßige kreisförmige Anordnung der Windmühlenflügel wird bei Wind eine gleichmäßige Kreisbewegung erzeugt.



a) In welchem Winkel zueinander stehen jeweils zwei benachbarte Windmühlenflügel bei den abgebildeten Windmühlen?
b) Entwürfe zu möglichen Windmühlenrotoren (Fig. 3) entstehen als Kreisbilder. Zeichne die Windmühlenrotoren in dein Heft.
Entwirf selbst einen möglichen Windmühlenrotor.

Fig. 3

4 Um den Steigungswinkel α eines Weges oder einer Straße zu bestimmen, kann man sich ein einfaches Messgerät selbst bauen.
Zeichne auf ein Rechteck aus Pappe einen Halbkreis und trage die Skala wie im Bild dargestellt auf. Bringe einen Faden und eine Nadel als Zeiger im Mittelpunkt des Halbkreises an. Der Faden wird auf der Rückseite der Scheibe mit einem Klebestreifen befestigt.

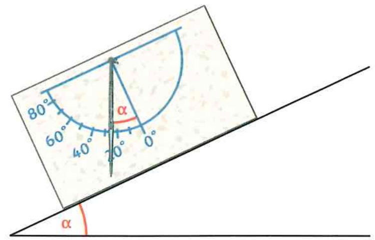


Fig. 1

Stellt man das Gerät auf eine geneigte Ebene, so zeigt α den Steigungswinkel an.
a) Baue dir ein solches Messgerät.
b) Welchen Anstieg hat die Treppe in deiner Schule?
c) Miss auf einem Weg, der einen Höhenunterschied überwindet, den Steigungswinkel an verschiedenen Stellen.
d) Miss weitere Winkel in deiner Umgebung und gib Beispiele für Steigungen an.

5 Zu jedem Punkt A kann man einen Punkt B durch Vertauschen der Koordinaten bilden. Zu dem Punkt A(7|3) gehört der Punkt B(3|7). Zeichne die Punkte A, B und O(0|0) in ein Koordinatensystem. Durch das Verbinden von A mit O und von B mit O erhält man den Winkel ∢AOB.

a) Zeichne die in der Tabelle vorgegebenen Winkel in ein Koordinatensystem und miss deren Weite. Übernimm die Tabelle in dein Heft und ergänze die fehlenden Angaben.

A	(3|7)	(4|−2)	(−5|3)		
B	(7|3)			(−1|−4)	(3|8)
∢AOB					

b) Welche besondere Lage im Koordinatensystem haben die Winkel?
c) Wann entstehen rechte Winkel bzw. gestreckte Winkel? Gib Beispiele dafür an.
d) Welche Koordinaten muss der Punkt A haben, damit besonders kleine bzw. besonders große Winkel entstehen?

6 In Stuttgart ist ein Rettungshubschrauber stationiert, der im Umkreis von 60 km alle Notfälle anfliegen kann.
a) Welche größeren Orte liegen im Einsatzgebiet des Helikopters?
b) Der Hubschrauber fliegt von Stuttgart nach Kirchheim und dann weiter nach Tübingen. Um welchen Winkel muss der Hubschrauber über Kirchheim drehen?
c) In welche Himmelsrichtung muss der Hubschrauber starten, wenn sein Einsatzgebiet in Reutlingen, Göppingen bzw. Ludwigsburg liegt?

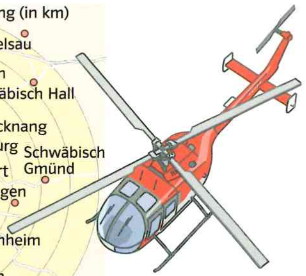


Fig. 2

d) Der Helikopter startet in Stuttgart und fliegt 50 km Richtung Norden. Nach einer Drehung um 60° Richtung Osten werden 18 Flug-km absolviert. Dann wird um 50° in gleicher Richtung gedreht und ungefähr 20 km geflogen. Wo befindet sich der Hubschrauber?
e) Gib eine eigene Flugroute an, die dein Partner auf der Karte verfolgen kann.

Geometrie mit dem Computer

Winkel und Figuren mit Winkeln kann man auch am Computer zeichnen. Dazu benötigt man ein Geometrieprogramm. Im Unterschied zu einer Zeichnung auf Papier kann bei einer Konstruktion mit einem Geometrieprogramm die Lage von Punkten jederzeit geändert werden. Die Programme werden Dynamische Geometrie Systeme (DGS) genannt.

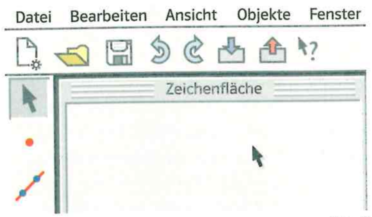


Fig. 1


Eine neue Zeichenfläche erzeugen.

Bei einem Dynamischen Geometrie System sind neben der Arbeitsfläche Icons (kleine Bildchen) angebracht, die zum Ausführen von Arbeitsschritten dienen. Diese Schaltflächen werden erklärt, sobald man den Mauszeiger über das entsprechende Icon zieht. Die wichtigsten Schaltflächen sind am Rand zusammengestellt. Durch doppeltes Anklicken eines Icons werden alle Icons angezeigt, die zu einer Gruppe zusammengefasst sind. In Fig. 2 sieht man zum Beispiel die Gruppe der Linien.

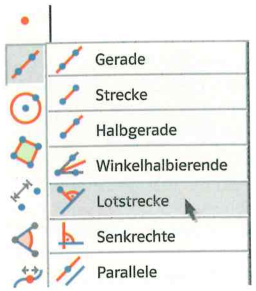


Fig. 2

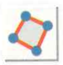

Einen Punkt zeichnen.


Eine Gerade durch zwei Punkte zeichnen.


Zwei Punkte durch eine Strecke verbinden.

Nach dem Erzeugen einer Zeichenfläche kann man mit wenigen Schritten eine kleine Zeichnung erstellen. Durch das Anklicken eines Icons wählt man die gewünschte Zeichenfunktion aus. Die blau gekennzeichneten Elemente sind auf der Zeichenfläche mit dem Mauszeiger festzulegen. Die rot gekennzeichneten Elemente werden durch den Computer erzeugt. Ist ein Punkt nicht wie gewünscht auf dem Zeichenfeld positioniert, so kann er jederzeit an eine andere Stelle verschoben werden. Hierzu ist das Icon „Bewegen“ zu aktivieren. Durch Festhalten mit der linken Maustaste kann dann ein Punkt bewegt werden.

Fig. 3


Ein Vieleck zeichnen.


Einen Kreis zeichnen.


Den Abstand zwischen zwei Punkten messen.


Die Zeichnung speichern.

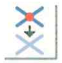

Eine gespeicherte Zeichnung aktivieren.

Zeichne eine Figur (Person, Auto, Haus, Baum …) nach deiner Wahl. Probiere dabei die verschiedenen Funktionen eines Dynamischen Geometrie Systems aus

Geometrie mit dem Computer

Falsch gezeichnete geometrische Objekte können nach dem Aktivieren der Löschfunktion durch Anklicken von der Zeichenfläche entfernt werden.

Nach der Beendigung einer Konstruktion können Teile einer Zeichnung als Hilfslinien gekennzeichnet werden. Die Übersichtlichkeit der Zeichnung wird dadurch erhöht.



Messen und Beobachten eines Winkels

Um einen Winkel zu messen, werden nach dem Aktivieren der entsprechenden Schaltfläche drei Punkte angegeben, die den zu messenden Winkel bestimmen. Dabei ist auf die Reihenfolge der Punkte zu achten.

Einen Winkel messen.

Das Bild in Fig. 1 zeigt ein Dreieck, in welchem der Winkel ∢ ACB gekennzeichnet und gemessen ist. Bewegt man den Punkt C, so können die Winkelweiten in Abhängigkeit von der Lage des Punktes C beobachtet werden.
a) Zeichne ein Dreieck wie in Fig. 1 mit einem Dynamischen Geometrie System.
b) Bestimme für verschiedene Lagen von C den Winkel ∢ ACB.
c) Wo liegt der Punkt C, wenn der beobachtete Winkel eine Weite von 180° hat?
d) Wo muss der Punkt C liegen, damit der Winkel besonders klein wird?
e) Gibt es Positionen von C, bei denen ∢ ACB = 90° ist?

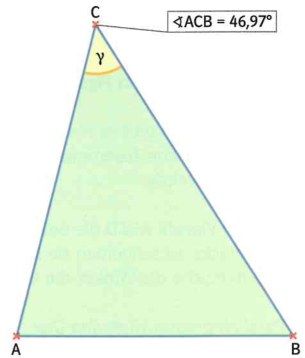
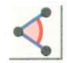


Fig. 1


Den Winkel markieren.

Zu der Strecke AB verläuft die Gerade g parallel. Auf der Geraden liegt ein Punkt D (Gleiter auf der Geraden; Fig. 2). Untersuche den Winkel ∢ ADB.
a) Wie ändert sich der Winkel in Abhängigkeit von der Lage des Punktes C auf der Geraden?
b) Wo muss sich D befinden, damit der Winkel ∢ ADB am größten ist?
c) Wie ändert sich der Winkel, wenn der Abstand zwischen Strecke und Parallele verändert wird?

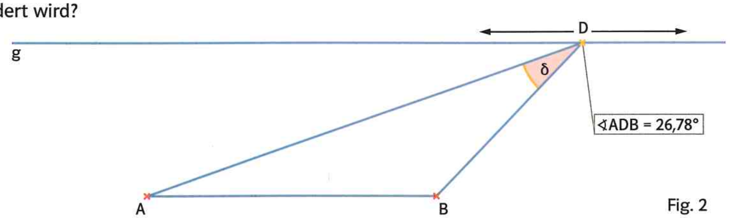


Fig. 2


(Gleiter)
Einen verschiebbaren Punkt auf einer Linie festlegen.

Geometrie mit dem Computer

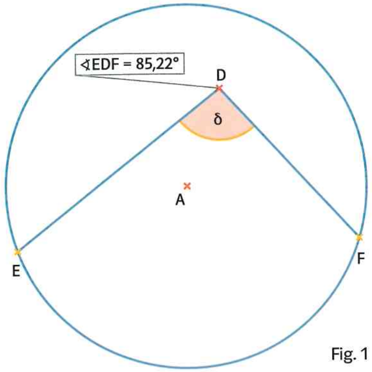


Fig. 1

Auf einem Kreis werden zwei Punkte E und F festgelegt. Der Punkt D kann beliebig eingezeichnet werden (Fig. 1). Welche Aussage kann man über den Winkel ∢ EDF treffen? Nutze zur Beschreibung Fallunterscheidungen. Zum Beispiel:
- Der Punkt D liegt außerhalb des Kreises, innerhalb des Kreises oder auf dem Kreis.
- Der Punkt D liegt oberhalb der Geraden durch E und F, unterhalb der Geraden durch E und F oder auf der Geraden durch E und F.

Hinweis: Um die Winkel zu untersuchen, wenn der Punkt D auf dem Kreis liegt, kann man den Punkt als Gleiter auf dem Kreis festlegen.

Untersuchung von Winkeln in Figuren

Bei Figuren und Körpern gibt es meist mehrere Winkel, die oft in einem Zusammenhang zueinander stehen. Solche Zusammenhänge zwischen Winkeln kann man bei der Arbeit mit einem DGS entdecken.

Zeichne in ein Viereck ABCD die beiden Diagonalen ein. Liegen die Diagonalen im Inneren des Vierecks, so schneiden sie sich. Der Schnittpunkt der Diagonalen wird mit E bezeichnet. Untersuche die Winkel, die im Schnittpunkt E entstehen.


Zu drei Punkten einen Parallelogrammpunkt zeichnen.

In ein Parallelogramm wird eine Diagonale eingezeichnet (Fig. 2). Untersuche die Winkel in der Figur und versuche Zusammenhänge zwischen den Winkeln herzustellen.

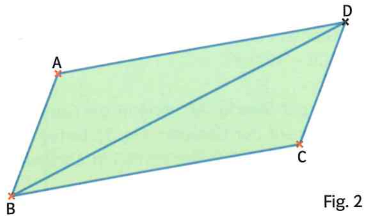


Fig. 2


Den Mittelpunkt einer Strecke festlegen.

Zeichne ein beliebiges Viereck ABCD. Halbiere die Viereckseiten (Fig. 3) und verbinden sie zu einem neuen Viereck EFGH.
a) Welches besondere Viereck entsteht?
b) Zeige durch das Messen von Winkeln und das Verändern der Ausgangsfigur, dass es sich tatsächlich um ein besonderes Viereck handelt.

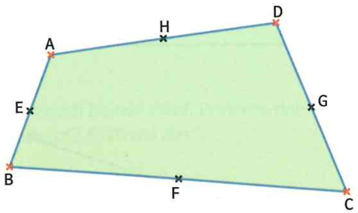


Fig. 3

Zeichnen mit vorgegebenen Längen und Winkelweiten

Längen werden mit einem Dynamischen Geometrie System meistens über den Radius eines Kreises eingegeben. Für eine Strecke der Länge 4 cm wird zuerst ein Kreis mit dem Radius 4 cm gezeichnet. Durch das Verbinden des Kreismittelpunktes mit einem Punkt auf dem Kreis erhält man die Strecke der Länge 4 cm.

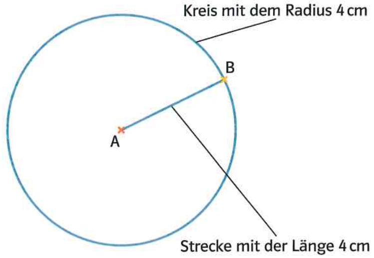


Fig. 1


Zeichnen eines Kreises mit vorgegebenem Radius.

Winkel vorgegebener Weite können direkt erzeugt werden. Durch die Vorgabe des Scheitelpunktes, eines Punktes auf dem ersten Schenkel und der Winkelweite zeichnet ein Dynamisches Geometrie System einen Punkt, der auf dem zweiten Schenkel des Winkels liegt. Dabei ist der Winkel entgegen der Uhrzeigerrichtung gedreht. Der Winkel kann auch in Uhrzeigerrichtung gedreht werden, dazu ist die Winkelweite mit einem negativen Vorzeichen zu versehen.

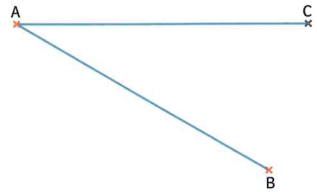


Fig. 2


Zeichnen eines Winkels mit vorgegebener Weite.

Ein Winkel von 30° wurde erzeugt durch die Vorgabe der Punkte A und B und der Weite 30°. Den Punkt C hat der Computer festgelegt.

Konstruiere mit einem Dynamischen Geometrie System ein Dreieck mit $\overline{AB} = 5\,cm$ und den Winkeln ∢ BAC = 35° und ∢ CBA = 56°. Orientiere dich an der Zeichnung in Fig. 3. Bei einer richtigen Konstruktion kannst du $\overline{AC} \approx 4{,}15\,cm$ und $\overline{BC} \approx 2{,}87\,cm$ messen.

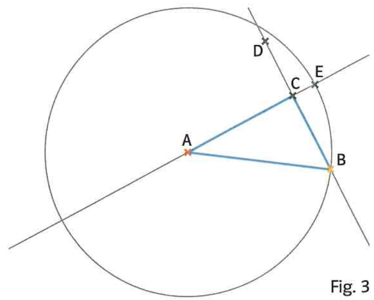


Fig. 3

Konstruiere ein Dreieck mit $\overline{AB} = 4{,}5\,cm$, $\overline{AC} = 2\,cm$ und ∢ CBA = 40°. Wie viele Dreiecke gibt es?

Konstruiere das Dreieck ABC mit den Seiten a = 3 cm, b = 4 cm und c = 5 cm.
a) Miss die Winkel des Dreiecks.
b) Versuche andere rechtwinklige Dreiecke zu konstruieren. Gib die Seitenlängen der Dreiecke an.

Rückblick

Winkel
Durch zwei Schenkel mit gemeinsamem Scheitelpunkt werden zwei Winkel α und β festgelegt. Die beiden Winkelweiten ergeben zusammen 360°. $\alpha + \beta = 360°$
Man unterscheidet die beiden Winkel durch die Bezeichnung.

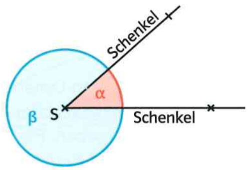


Fig. 1

Bezeichnung von Winkeln
Winkel können mit griechischen Buchstaben bezeichnet werden: α, β, γ, δ.
Winkel können mit drei Punkten bezeichnet werden: $\sphericalangle$ ASB.
Der mittlere Punkt S ist der Scheitelpunkt. Man dreht den Schenkel, auf dem der erste Punkt A liegt, gegen die Uhrzeigerdrehrichtung zum Schenkel, auf dem der Punkt B liegt. Dabei wird der bezeichnete Winkel überstrichen.

$\alpha = \sphericalangle ASB$
$\beta = \sphericalangle BSA$

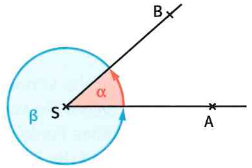


Fig. 2

Winkelweite
Die Weite eines Winkel wird in Grad (kurz 1°) angegeben. Ein Winkel von 1° entsteht durch die Teilung des Kreises in 360 gleiche Kreisausschnitte.

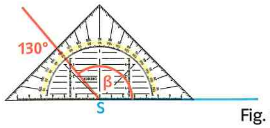


Fig. 3

Winkel messen und zeichnen
Winkel mit Weiten zwischen 0° und 180° werden mit dem Geodreieck gezeichnet und gemessen.

Winkel mit Weiten zwischen 180° und 360°, z. B. 250°, werden gezeichnet, indem man entweder $180° + 70° = 250°$ oder $360° - 110° = 250°$ zeichnet.

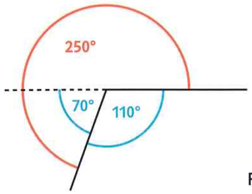


Fig. 4

Kreisdiagramme
Kreisdiagramme veranschaulichen Anteile eines Ganzen. Die Größe eines Kreisausschnittes wird durch den Mittelpunktswinkel bestimmt.

Darstellung von $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$ und $\frac{7}{10}$ eines Ganzen:
$\frac{1}{10}$ von 360° sind 36°.
$\frac{1}{5}$ von 360° sind 72°.
$\frac{7}{10}$ von 360° sind 252°.

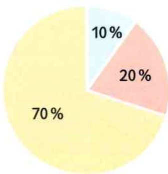


Fig. 5

Training

Runde 1

1 Die Uhr in Fig. 1 zeigt die Zeit 6:15 Uhr.
a) Es vergehen 17 min. Gib die Weite des Winkels an, den der große Zeiger überstreicht.
b) Der Minutenzeiger der Uhr bewegt sich um einen Winkel von 240° weiter. Welche Uhrzeit zeigt die Uhr jetzt an? Wie viel Zeit ist vergangen?

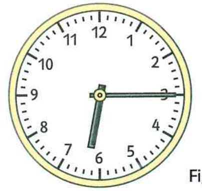


Fig. 1

2 Zeichne das Bild aus Fig. 2 in dein Heft.
a) Gib die eingezeichneten Winkel mithilfe der Punkte A, B, C, D, E und F an.
b) Miss die Weite der Winkel.

3 In einem Koordinatensystem liegen die Punkte A(3|7); B(12|6); C(7|4) und D(6|1). Bestimme die Weiten der Winkel $\sphericalangle$ ABC, $\sphericalangle$ DAB, $\sphericalangle$ BDC und $\sphericalangle$ DCA.

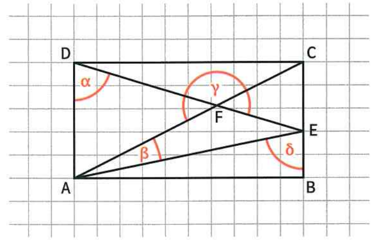


Fig. 2

4 Auf einem Bauernhof leben ein Hund, fünf Katzen, zehn Pferde und acht Kühe. Veranschauliche die Anzahl der Tiere für diesen Bauernhof in einem Kreisdiagramm.

5 Zeichne zwei parallele Geraden g und h. Lege auf der Geraden g zwei Punkte A und B fest, die eine Entfernung von 6 cm haben. Zeichne auf der Geraden h einen Punkt C ein. Bestimme die Weite des Winkels $\sphericalangle$ ACB. Gibt es eine Stelle für C auf der Geraden h, bei der der Winkel $\sphericalangle$ ACB am größten ist?

Runde 2

1 Zeichne die vier Winkel α, β, γ und δ:
$\alpha = 37°$; $\beta = 135°$; $\gamma = 215°$; $\delta = 321°$.

2 Bei einer Befragung wurden 1200 Personen nach der Anzahl der Autos im Haushalt befragt. Die Auswertung ist im Kreisdiagramm in Fig. 3 dargestellt. In wie viel befragten Haushalten gibt es kein, ein oder mehrere Autos?

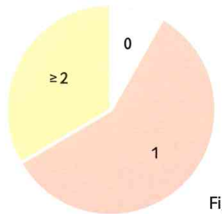


Fig. 3

3 Zeichne eine Strecke $\overline{AC}$ mit 4 cm. Trage im Punkt B den Winkel $\beta = 110°$ und im Punkt A den Winkel $\alpha = 50°$ so an, dass ein Dreieck entsteht. Miss den Winkel γ bei C.

4 Zeichne das Dreieck ABC mit A(1|5), B(5|1) und C(7|3) ins Heft. Miss an jeder Dreiecksecke die großen, außerhalb des Dreiecks liegenden Winkel. Wie groß ist die Summe dieser drei Winkel?

5 Überprüfe, ob folgende Vermutung zutrifft:
Verbindet man in einem gleichschenkligen Dreieck die Spitze mit dem Mittelpunkt der Grundseite, so halbiert die Strecke den Winkel an der Spitze.