

# Übungen zur Vorlesung “Arithmetische Geometrie” WS 2010/11 Blatt 1

Ausgabe: 20.10.2010, Abgabe: 27.10.2010

---

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ws10/arithmie.html>

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.

Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

---

**Aufgabe 1.1:** Exponential- und Logarithmusfunktion sind durch die folgenden Potenzreihen gegeben:

$$\exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \quad \log(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-1)^n}{n}.$$

Beweisen Sie in dieser Potenzreihendarstellung

$$\exp(x+y) = \exp(x)\exp(y), \quad \log(\exp(x)) = x.$$

(6 Punkte)

**Aufgabe 1.2:** Berechnen Sie die Zetafunktion

- (i) des projektiven Raums  $\mathbb{P}^n$ ,
- (ii) des affinen Raums  $\mathbb{A}^n$ ,
- (iii) der projektiven Kurve  $V(XY - Z^2) \subseteq \mathbb{P}^2$ ,
- (iv) (\*) und der allgemeinen linearen Gruppe  $GL_n$ .

(8 + x Punkte)

**Aufgabe 1.3:** Sei  $X$  eine Varietät,  $U \subseteq X$  eine offene Untervarietät und  $V = X \setminus U$  ihr Komplement. Zeigen Sie, daß für die Zetafunktionen gilt

$$Z(X, t) = Z(U, t)Z(V, t).$$

(4 Punkte)