Übungen zur Vorlesung
“Arithmetische Geometrie”
WS 2010/11 Blatt 10

Ausgabe: 12.01.2011, **Abgabe:** 19.01.2011

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ws10/arithmie.html

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.
Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

Aufgabe 10.1: Im folgenden sei k ein Körper. Entscheiden und begründen Sie, welche der folgenden Ringhomomorphismen flach sind.

1. $k[T] \to k[T,X]/(X-T)$.
2. $k[T] \to k[T,X]/(X^2-T)$.
3. $k[T] \to k[T,X]/(TX-1)$.
4. $k[T] \to k[T,X]/(TX-T)$.

(4 Punkte)

Aufgabe 10.2: Sei R ein Hauptidealring, und M ein R-Modul. Zeigen Sie, daß M genau dann flach ist, wenn M torsionsfrei ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 10.3: Sei k ein algebraisch abgeschlossener Körper, und $f : X \to Y$ ein endlicher surjektiver Morphismus von glatten k-Varietäten. Zeigen Sie, daß f flach ist.

(8 Punkte)

Aufgabe 10.4: Ist der Ringhomomorphismus

$$k[X,Y]/(Y^2 - X^2(X+1)) \to k[T] : X \mapsto T^2 - 1, Y \mapsto T(T^2-1)$$

flach bzw. unverzweigt?

(4 Punkte)