

Übungen zur Vorlesung “Arithmetische Geometrie” WS 2010/11 Blatt 6

Ausgabe: 24.11.2010, Abgabe: 01.12.2010

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ws10/arithmie.html>

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.

Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

Aufgabe 6.1: Zeigen Sie, daß das Produkt $\mathbb{P}^n \times \mathbb{P}^m$ eine projektive Varietät ist. Folgern Sie daraus, daß die Komposition projektiver Morphismen wieder projektiv ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 6.2: Sei X eine vollständige Varietät, und $\phi : \mathbb{A}^1 \rightarrow X$ ein Morphismus von Varietäten. Zeigen Sie, daß sich ϕ zu einem Morphismus $\bar{\phi} : \mathbb{P}^1 \rightarrow X$ fortsetzen läßt.

(4 Punkte)

Aufgabe 6.3: Sei $\phi : X \rightarrow Y$ ein injektiver Morphismus von Varietäten, dessen Bild in Y abgeschlossen ist. Zeigen Sie, daß ϕ eine abgeschlossene Immersion ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 6.4: Seien A und B zwei endlich erzeugte reduzierte k -Algebren. Zeigen Sie, daß gilt:

$$\mathrm{Spm}(A \times B) \cong \mathrm{Spm}(A) \sqcup \mathrm{Spm}(B),$$

wobei \sqcup die disjunkte Vereinigung bezeichnet.

(4 Punkte)