

# Übungen zur Vorlesung “Arithmetische Geometrie” WS 2010/11 Blatt 6

Ausgabe: 24.11.2010, Abgabe: 01.12.2010

---

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ws10/arithmie.html>

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.

Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

---

**Aufgabe 6.1:** Zeigen Sie, daß das Produkt  $\mathbb{P}^n \times \mathbb{P}^m$  eine projektive Varietät ist. Folgern Sie daraus, daß die Komposition projektiver Morphismen wieder projektiv ist.

(4 Punkte)

**Aufgabe 6.2:** Sei  $X$  eine vollständige Varietät, und  $\phi : \mathbb{A}^1 \rightarrow X$  ein Morphismus von Varietäten. Zeigen Sie, daß sich  $\phi$  zu einem Morphismus  $\bar{\phi} : \mathbb{P}^1 \rightarrow X$  fortsetzen läßt.

(4 Punkte)

**Aufgabe 6.3:** Sei  $\phi : X \rightarrow Y$  ein injektiver Morphismus von Varietäten, dessen Bild in  $Y$  abgeschlossen ist. Zeigen Sie, daß  $\phi$  eine abgeschlossene Immersion ist.

(4 Punkte)

**Aufgabe 6.4:** Seien  $A$  und  $B$  zwei endlich erzeugte reduzierte  $k$ -Algebren. Zeigen Sie, daß gilt:

$$\mathrm{Spm}(A \times B) \cong \mathrm{Spm}(A) \sqcup \mathrm{Spm}(B),$$

wobei  $\sqcup$  die disjunkte Vereinigung bezeichnet.

(4 Punkte)