# Übungen zur Vorlesung
# "Arithmetische Geometrie"
# WS 2010/11 Blatt 7

**Ausgabe:** 01.12.2010, **Abgabe:** 08.12.2010

---

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ws10/arithmie.html

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.
Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

---

**Aufgabe 7.1:** Sei $k$ ein Körper mit $\operatorname{char} k \neq 2$. Zeigen Sie, daß in der $k$-Varietät $V(Y^2 - X(X-1)(X-2))$ keine offene Teilmenge existiert, die isomorph zu einer offenen Teilmenge von $\mathbb{A}^1$ ist.

(4 Punkte)

**Aufgabe 7.2:** Bestimmen Sie die singulären Punkte der folgenden Varietäten in $\mathbb{A}^3$:

(i) $V(XY^2 - Z^2)$,

(ii) $V(X^2 + Y^2 - Z^2)$.

(4 Punkte)

**Aufgabe 7.3:** Sei $k$ ein algebraisch abgeschlossener Körper der Charakteristic $p$. Bestimmen Sie den Modul der relativen Differentiale für den folgenden Morphismus von Varietäten:

$$\phi : \mathbb{A}^1 \to \mathbb{A}^1 : x \mapsto x^p - x.$$

(4 Punkte)

**Aufgabe 7.4:** Sei $k$ ein Körper mit $\operatorname{char} k \neq 2$, und sei $\lambda \in k \setminus \{0, 1\}$. Wir betrachten den Ring $R = k[X, Y]/(Y^2 - X(X-1)(X-\lambda))$. Zeigen Sie, daß der Modul der relativen Differentiale $\Omega_{R/k}$ frei vom Rang 1 ist.

(4 Punkte)