Übungen zur Vorlesung
"Arithmetische Geometrie"
WS 2010/11 Blatt 9

Ausgabe: 15.12.2010, **Abgabe:** 12.01.2011

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ws10/arithmie.html

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.
Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

Aufgabe 9.1: Beschreiben Sie die Differentialformengarbe $\Omega_{\mathbb{P}^1/k}$ der projektiven Geraden $\mathbb{P}^1$. Berechnen Sie außerdem die globalen Schnitte $\Omega_{\mathbb{P}^1/k}(\mathbb{P}^1)$.

(6 Punkte)

Aufgabe 9.2: Berechnen Sie in den folgenden Fällen $\mathfrak{m}/\mathfrak{m}^2$ und entscheiden Sie, ob $R_\mathfrak{m}$ ein regulärer lokaler Ring ist. Dabei bezeichnet k in (i)-(iii) einen Körper.

(i) $R = k[X,Y]/(Y^2 - X^2(X+1))$, $\mathfrak{m} = (X,Y)$.

(ii) $R = k[X,Y,Z]/(Y - X^2, Z - X^3)$, $\mathfrak{m} = (X,Y,Z)$.

(iii) $R = k[X,Y,Z,W]/(XY - ZW - 1)$, $\mathfrak{m} = (X-1, Y-1, Z, W)$.

(iv) $R = \mathbb{Z}_p[[X]]$, $\mathfrak{m} = (p, X)$.

(8 Punkte)

Aufgabe 9.3: Sei $f : X \to Y$ ein Morphismus von Varietäten. Zeigen Sie, daß f genau dann flach bzw. glatt ist, wenn es offene Untervarietäten $Y_1, \ldots, Y_n$ mit $\bigcup Y_i = Y$ gibt, so daß die Einschränkung $f_i : X \times_Y Y_i \to Y_i$ flach bzw. glatt ist.

(4 Punkte)