Übungen zur Vorlesung "Algebraische Zahlentheorie" WS 2011/12 Blatt 6

Ausgabe: 01.12.2011, **Abgabe:** 08.12.2011

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ws11/azt/azt.html

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.

Aufgabe 6.1: Zeigen Sie, daß $\mathbb{Z}[X]$ kein Dedekind-Ring ist. Geben Sie dazu ein nicht-invertierbares Ideal an.

(5 Punkte)

Aufgabe 6.2: Benutzen Sie das Reziprozitätsgesetz, um die folgenden Legendre-Symbole zu berechnen:

$$\left(\frac{6}{11}\right), \qquad \left(\frac{18}{23}\right), \qquad \left(\frac{205}{307}\right).$$

Ist (2311) prim in $\mathbb{Z}[\sqrt{1965}]$?

(5 Punkte)

Aufgabe 6.3: Sei $K = \mathbb{Q}(\theta)$ ein Zahlkörper vom Grad n, $\mathrm{Min}(\theta)$ das Minimalpolynom von θ, und p eine Primzahl mit $p \nmid D(1, \theta, \ldots, \theta^{n-1})$. Zeigen Sie

$$\mathcal{O}_K/(p) \cong \mathbb{F}_p[\theta]/(\mathrm{Min}(\theta)).$$

(5 Punkte)

Aufgabe 6.4: Sei $K = \mathbb{Q}(\theta)$ mit $\theta^3 - \theta^2 - 2\theta - 8 = 0$. Geben Sie die Primidealfaktorisierungen für (3), (5) und (7) an.

(5 Punkte)