Übungen zur Vorlesung
“Algebraische Zahlentheorie”
WS 2011/12 Blatt 8

Ausgabe: 15.12.2011, **Abgabe:** 22.12.2011

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ws11/azt/azt.html

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.

Dies sind Anwesenheitsaufgaben für die Übung am 19.12.2011, die ausnahmsweise im CIP-Pool stattfindet.

Aufgabe 8.1: Geben Sie ein Pari/GP-Programm an, mit dem man für gegebenes m die kleinste Zahl n bestimmen kann, so daß das zyklotomische Polynom $\Phi_n(X)$ einen Koeffizienten $\pm m$ hat.

Aufgabe 8.2: Bestimmen Sie die Faktorisierung von $4 \cdot 503$ in $K = \mathbb{Q}(\theta)$ mit $\theta^3 - \theta^2 - 2\theta - 8 = 0$. Bestimmen Sie die Faktorisierung von $4 \cdot 503$ im Zerfällungskörper des Polynoms $f(X) = X^3 - X^2 - 2X - 8$. Geben Sie die gefundenen Ideale jeweils in der Form $(a, b), a, b \in \mathcal{O}_K$ als auch in Hermite-Normalform an.

Aufgabe 8.3: Geben Sie eine Ganzheitsbasis für den Zerfällungskörper von $f(X) = X^3 - X^2 - 2X - 8$ an. Geben Sie für alle Zwischenkörper Erzeuger der Klassengruppe an.

Aufgabe 8.4: Für welche $n \leq 100$ hat die Gleichung $x^2 - 13y^2 = n$ eine Lösung? Für welche $n \leq 100$ hat die Gleichung $x^2 + 13y^2 = n$ eine Lösung? Worin besteht der Unterschied?