

### Aufgabe 1

Es seien  $A, B, C$  Teilmengen der Menge  $D$ . Zeigen Sie die folgenden Aussagen oder geben Sie ein Gegenbeispiel an:

(a)  $D \setminus (A \cup B) = (D \setminus A) \cup (D \setminus B)$ .

(b)  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ .

(c)  $D \setminus (A \cup B) = (D \setminus A) \cap (D \setminus B)$ .

### Aufgabe 2

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen:

(a)  $|x + 2| = |x - 2|$ .

(b)  $|x^2 - x| = 24$ .

(c)  $3x - 6 > |x|$ .

(d)  $\frac{x-1}{x+1} < 1$  für  $x \neq -1$ .

### Aufgabe 3

Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Für alle reellen Zahlen  $a \in \mathbb{R}$  gilt  $a^2 \geq 0$ .

(b) Für alle reellen Zahlen  $a, b \in \mathbb{R}$  gilt  $(a + b)^2 \geq 2ab$ .

(c) Für alle reellen Zahlen  $x \neq 0$  gilt  $|x + \frac{1}{x}| \geq 2$ .

### Aufgabe 4

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

(a)  $\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$ .

(b)  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n + 1)(2n + 1)$ .

für alle  $n \in \mathbb{N}$ .

*Abgabe der Lösungen: bis 12 Uhr am 03.11.2011 in den entsprechenden Briefkasten Ihrer Übungsgruppe (Kellergebäude in der Mathematik, Eckerstraße 1).*