Übungsaufgaben zur Vorlesung "Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik" | WS 2011/12

Prof. Dr. Annette Huber-Klawitter
Dr. Mario Listing

2. November 2011
Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Gegeben sind die Mengen

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ ; \ |x| \le 2|y| \,\}$$
$$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ ; \ |x|^2 + |y|^2 \le 2 \,\}.$$

Bestimmen Sie den Durchschnitt $A \cap B$ und skizzieren Sie A, B und $A \cap B$ in der (x,y)–Ebene.

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Bestimmen Sie Infimum und Supremum der folgenden Mengen, und geben Sie an, ob das Infimum bzw. das Supremum in der Menge enthalten ist.

(a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R} \ ; \ \exists n \in \mathbb{N} \ : \ x = \frac{(-1)^n}{4n^2}\}$.

(b) $M_2 = \{1 - \frac{1}{n} \ ; \ n \in \mathbb{N}\}$.

(c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R} \ ; \ x^2 - 2x < 3\}$.

Aufgabe 3 (6 Punkte)
Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion:

(a) Für alle $q \neq 1$ und $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

(b) Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$\sum_{j=0}^{n+1} \binom{n+1}{j} = 2 \cdot \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j}.$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

(a) Zeigen Sie $\|x \cdot \vec{a}\| = |x| \cdot \|\vec{a}\|$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$.

(b) Es sei $\vec{a} = (1,2,3)$ und $\vec{b} = (4,5,6)$. Berechnen Sie $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{b}\|$, $\|3\vec{a} + \vec{b}\|$ und $\|\vec{a} - 2\vec{b}\|$.

Abgabe der Lösungen: bis 12 Uhr am 10.11.2011 in den entsprechenden Briefkasten Ihrer Übungsgruppe (Kellergebäude in der Mathematik, Eckerstraße 1).