Übungsaufgaben zur Vorlesung "Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik"
Prof. Dr. Annette Huber-Klawitter
Dr. Mario Listing

WS 2011/12
16. November 2011
Übungsblatt 4

Aufgabe 1 (3 Punkte)
Bringen Sie die rationale Funktion

$$f(x) = \frac{8x^6 - 7x^5 + 6x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 3x + 2}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

auf die Form $f = \frac{p}{q} = h + \frac{r}{q}$ mit Polynomen h und r, so dass Grad $r <$ Grad q.

Aufgabe 2 (4 Punkte + 2 Zusatzpunkte)
Bestimmen Sie mit Hilfe der Definition des Sinus und Cosinus die folgenden Werte:

$$\cos\frac{-5\pi}{4} \qquad \text{und} \qquad \sin\frac{13\pi}{3}.$$

Zusatzaufgabe: Berechnen Sie $\cos\frac{\pi}{8}$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Beweisen Sie die folgenden Formeln mit Hilfe von Satz 2.3.2 im Skript

a) $2\sin^2\frac{x}{2} = 1 - \cos x$.

b) $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ für "erlaubte" x, y.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

a) Beweisen Sie mit Hilfe der Euler Formel die folgende Formel von De Moivre:

$$\cos(nx) + i \cdot \sin(nx) = \sum_{k=0}^{n} i^k \binom{n}{k} (\cos x)^{n-k} \cdot (\sin x)^k.$$

b) Zeigen Sie, dass $\cos(nx)$ ein Polynom in $\cos x$ ist, d.h. $\cos(nx) = \sum_{k=0}^{n} a_{n,k}(\cos x)^k$ für bestimmte $a_{n,k} \in \mathbb{R}$.

c) Berechnen Sie $a_{3,k}$ für $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ und leiten Sie damit ein Additionstheorem für $\cos(3x)$ her.

Alle Ergebnisse/Resultate sind zu begründen bzw. herzuleiten.
Abgabe der Lösungen: bis 12 Uhr am 24.11.2011 in den entsprechenden Briefkasten Ihrer Übungsgruppe (Kellergebäude in der Mathematik, Eckerstraße 1).