Übungsaufgaben zur Vorlesung "Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik"
Prof. Dr. Annette Huber-Klawitter
Dr. Mario Listing

WS 2011/12
30. November 2011
Übungsblatt 6

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Gegeben sei die rekursiv definierte Folge

$$a_{n+1} = \sqrt{20 + a_n}$$

mit einem Startwert $a_1 = x \in [0, \infty)$. Zeigen Sie die Konvergenz der Folge und bestimmen Sie den Grenzwert.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Potenzreihe:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k} \,, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k^2} \; ?$$

b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{k/2}}{k} x^k \,, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{k} \right)^{2k} x^k \,.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Gegeben sind die Funktionen $f, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \begin{cases} \sin(\frac{1}{x}) & , \; falls \;\; x \neq 0 \\ 0 & , \; falls \;\; x = 0 \end{cases} \qquad \text{und} \qquad h(x) := x \cdot f(x).$$

Skizzieren Sie die Funktionen f, h und untersuchen Sie f, h auf Stetigkeit.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 - 3$. Zeigen Sie, dass f genau eine Nullstelle in $[1, 2]$ besitzt und approximieren Sie diese Nullstelle mit Hilfe des Intervallhalbierungsverfahren (Bisektionsverfahren) bis auf $2^{-5} = \frac{1}{32}$ genau.

Alle Ergebnisse/Resultate sind zu begründen bzw. herzuleiten.
Abgabe der Lösungen: bis 12 Uhr am 08.12.2011 in den entsprechenden Briefkasten Ihrer Übungsgruppe (Kellergebäude in der Mathematik, Eckerstraße 1).