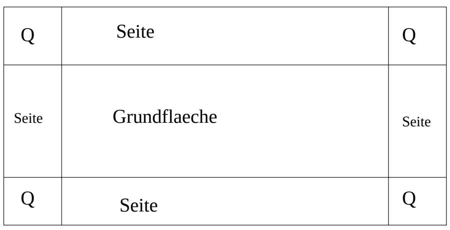
Übungsaufgaben zur Vorlesung "Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik" — WS 2011/12
Prof. Dr. Annette Huber-Klawitter — 21. Dezember 2011
Dr. Mario Listing — Übungsblatt 9

Aufgabe 1 (6 Punkte)
Sei $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = x^x$. Berechnen Sie die Ableitung von f. Überprüfen Sie, ob die Grenzwerte $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ und $\lim_{x \to 0^+} f'(x)$ existieren und berechnen Sie diese gegebenenfalls. Bestimmen Sie den Wertebereich von f. Prüfen Sie f auf Konvexität.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Aus einer rechteckigen Platte mit den Seitenlängen $25cm$ und $10cm$ soll eine quaderförmige Wanne mit maximalem Volumen geformt werden. Man bestimme die Kantenlängen dieser Wanne. Vergleiche dazu die folgende Abbildung (Q sind gleich große Quadrate, die keine Verwendung für die Wanne haben):



Aufgabe 3 (5 Punkte, Benutzung Taschenrechner zur Approximation zulässig)
Es sei $f(x) = x^3 - 20x$ gegeben. Bestimmen Sie die Nullstellen dieses Polynoms. f besitzt offensichtlich genau eine Nullstelle im Intervall $[2, 6]$. Wenden Sie jetzt das Newton Verfahren auf die Startwerte $x_0 = 2$, $x_0 = 3$ und $x_0 = 4$ an. Was schließen Sie hieraus, wenn Sie die Startwerte mit den hinreichenden Bedingungen in Beispiel 3.6.6 im Skript vergleichen? Approximieren Sie die Nullstelle von f in $[2, 6]$ bis auf 10^{-4} genau.

Aufgabe 4 (2 Punkte)
Zeigen Sie, dass $\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bijektiv ist.

Alle Ergebnisse/Resultate sind zu begründen bzw. herzuleiten.
Abgabe der Lösungen: bis 12 Uhr am 12.01.2012 in den entsprechenden Briefkasten Ihrer Übungsgruppe (Kellergebäude in der Mathematik, Eckerstraße 1).